Übungen zu Theoretische Physik 4 (12-PHY-BTP4), SS 16

Serie 4
Abgabe zu Beginn der Vorlesung am 3.5.

Übung 1. 4 P.

Überprüfen Sie, dass man die Maxwell-Gleichungen (in Gauß-Einheiten) schreiben kann als

$$\varepsilon^{\mu\nu\lambda\rho}\partial_\nu F_{\lambda\rho} = 0, \qquad \partial_\mu F^{\mu\nu} = 4\pi j^\nu$$

mit

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ -E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ -E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ -E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}$$

und $j^\mu = (\rho, \frac{1}{c}\vec{j})$. Überprüfen Sie, dass aus dem Transformationsgesetz $F'^{\mu\nu} = \Lambda^\mu_\lambda \Lambda^\nu_\rho F^{\lambda\rho}$ für einen Boost in Richtung $\vec{v}$

$$\vec{E}' = \gamma\left(\vec{E} + \frac{\gamma^{-1}-1}{\beta^2}\vec{\beta}\cdot\vec{E}\vec{\beta} + \vec{\beta}\times\vec{B}\right)$$

mit $\vec{\beta} = \frac{1}{c}\vec{v}$ folgt.

Übung 2. 4 (+4) P.

a) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich U des Vektorfelds

$$\vec{F} = \frac{1}{r^2}\vec{e}_r$$

an. Hierbei sind Kugelkoordinaten verwendet, d.h.

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}, \qquad \vec{e}_r = \vec{r}/r.$$

Ist $\vec{F}$ quellenfrei auf U? Folgt daraus, dass es ein Vektorpotenzial $\vec{A}$ geben muss, d.h. $\vec{F} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$? Berechnen Sie

$$\int_{S_R} \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

wobei S_R die Kugeloberfläche mit Radius R um den Ursprung ist. Gibt es ein Potenzial?

b) Gibt es ein Vektorpotenzial für $\vec{F}$ auf $U = \mathbb{R}^3 \setminus \{(x,y,z)|x=y=0, z\leq 0\}$. Wenn ja, geben Sie eines an.

Übung 3. 4 P.

Ein Punktteilchen mit Ruhemasse m_0 und Ladung q bewege sich in einem statischen elektromagnetischen Feld $\vec{E} = E\vec{e}_3$, $\vec{B} = B\vec{e}_3$.

a) Stellen Sie die Differenzialgleichungen für die Impulse p_i auf. Lösen Sie diese für p_3 und zeigen Sie, dass $p_\perp^2 = p_1^2 + p_2^2$ erhalten ist.

b) Schreiben Sie $p_1 = p_\perp \cos\phi$, $p_2 = p_\perp \sin\phi$ und bestimmen Sie $\dot{\phi}$ als Funktion von q, B, m_0, c, γ. Wie verhält sich $\dot{\phi}(t)$ für große Zeiten t?

c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für x_1 und x_2 auf und lösen Sie diese (x_1, x_2 lassen sich ausdrücken durch $p_\perp, c, q, B, \phi(t)$). Diskutieren Sie qualitativ das Verhalten von (x_1, x_2).