Übungen zu Theoretische Physik 4 (12-PHY-BTP4), SS 16

Serie 12
Abgabe zu Beginn der Vorlesung am 28.6.

Übung 1. 4 P.

Wir betrachten das eindimensionale Gaußsche Wellenpaket

$$f(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(k) e^{-i(\omega(k)t - kx)} dk, \qquad a(k) = a_0 e^{-\alpha(k-k_0)^2}$$

mit Konstanten $a_0 \in \mathbb{C}$, $k_0 \in \mathbb{R}$ und $\alpha > 0$. Dabei nehmen wir für ω

$$\omega(k) = \omega(k_0) + v_g(k - k_0) + \beta(k - k_0)^2$$

wobei $v_g \in \mathbb{R}$ die Gruppengeschwindigkeit und $\beta \in \mathbb{R}$ den Dispersionsparameter bezeichnet.

a) Schreiben Sie
$$f(x,t) = e^{-i(\omega(k_0)t - k_0 x)} f_0(x,t)$$
und bestimmen Sie $f_0(x,t)$.

b) Zeigen Sie dass
$$|f(x,t)|^2 = \frac{|a_0|^2 \pi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 t^2}} e^{-\frac{\alpha(v_g t - x)^2}{2(\alpha^2 + \beta^2 t^2)}}.$$
Dies beschreibt, wie das Wellenpaket im Laufe der Zeit dispergiert.

Übung 2. 4 P.

Ein Topf der Höhe 30cm ist bis zur Rand gefüllt mit Wasser. Das Wasser hat einen Brechungsindex $n = 1,33$, und die Luft über den Topf hat einen Brechungsindex $n' = 1,00$. René schaut von oben in den Topf auf einem Punkt A am Boden. Durch das Wasser scheint der Punkt A in einem näheren Punkt A' zu sein. Wir wollen mit der geometrischen Optik berechnen, wie tief der Topf für René zu sein scheint. (D.h. wir betrachten dünne, gerade Lichtbündel, die brechen und reflektieren wie ebene Wellen.)

a) Skizzieren Sie die Anordnung. Nehmen Sie dabei an, dass die Wasseroberfläche flach ist und dass die Verbindungslinie zwischen René's rechtes Auge und A die Wasseroberfläche senkrecht schneidet. Skizzieren Sie die Lichtbündel von A nach René's Augen und den Punkt A'. Skizzieren Sie auch den Abstand d zwischen den Punkten an der Wasseroberfläche in denen die beide Lichtbündel die Oberfläche schneiden.

b) Berechnen Sie die scheinbare Tiefe, d.h. die Distanz von A' zur Wasseroberfläche.

   Hinweis: Benutzen Sie das Snellsche Gesetz und nehmen Sie an, dass die relevanten Einfalls- und Brechungswinkel klein sind, so dass $\cos(\alpha) \simeq \cos(\alpha') \simeq 1$.

Übung 3. 4 P.

Ein Teilchen mit der Ladung q bewege sich entlang einer Kurve $\xi^\mu(s)$ im Inertialsystem K, wobei s die Eigenzeit des Teilchens bezeichnet. Das erzeugte (retardierte) Viererpotential ist durch das Liénard-Wiechert-Potential gegeben,

$$A^\mu_{\mathrm{ret}}(x) = \frac{\mu_0 q c}{4\pi} \frac{u^\mu(s)}{r_\nu(s) u^\nu(s)}\bigg|_{s=s_0}$$

wobei u^μ die Vierergeschwindigkeit ist, $r^\mu := x^\mu - \xi^\mu(s)$ und s_0 ist die Eigenzeit wobei $r_\mu r^\mu = 0$.

Zeigen Sie, dass der Feldstärketensor $F_{\mu\nu}$ gegeben ist durch

$$F_{\mu\nu} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{R^3}((r_\mu w_\nu - w_\mu r_\nu)R + (1 - r_\rho w^\rho)(r_\mu u_\nu - u_\mu r_\nu)),$$

wobei $R = r_\mu u^\nu$ und w^μ die Viererbeschleunigung ist.

Hinweis: Beachten Sie dass s_0 eine Funktion von x ist. Leiten Sie zunächst die Formel $r_\mu(x, s_0(x)) r^\mu(x, s_0(x)) = 0$ nach x^ν ab um zu zeigen dass $\partial_\nu s_0(x) = \frac{1}{R} r_\nu$. Berechnen Sie danach $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.