

# Übungen zu Theoretische Physik 4 (12-PHY-BTP4), SS 16

Serie 11

Abgabe zu Beginn der Vorlesung am 21.6.

## Übung 1.

3 (+4) P.

Einlaufende (+) bzw. auslaufende (-) Kugelwellen sind Funktionen  $\xi^\pm$  der Form

$$\xi^\pm(\vec{x}, t) = \frac{1}{|\vec{x}|} f\left(t \pm \frac{|\vec{x}|}{c}\right),$$

definiert für  $|\vec{x}| > 0$ , wobei  $f$  eine glatte (reell- oder komplexwertige) Funktion einer reellen Variablen ist.

a) Skizzieren Sie das Ausbreitungsverhalten von  $\xi^\pm(\vec{x}, t)$  und erklären Sie die Bezeichnung "einlaufende/auslaufende Kugelwelle".

b) Überprüfen Sie dass

$$\square \xi^\pm(\vec{x}, t) := \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right) \xi^\pm(\vec{x}, t) = 0$$

für  $|\vec{x}| > 0$ , wobei  $\Delta$  der räumliche Laplaceoperator ist.

c) Bonusaufgabe: Zeigen Sie, dass

$$\square \xi^\pm(\vec{x}, t) = 4\pi \delta(\vec{x}) f(t)$$

gilt. Hinweis: Es gilt zu zeigen

$$\int \xi^\pm(\vec{x}, t) (\square h(\vec{x}, t)) dt d\vec{x} = 4\pi \int \delta(\vec{x}) f(t) h(\vec{x}, t) dt d\vec{x} = 4\pi \int f(t) h(0, t) dt$$

für alle glatte Funktionen  $h(\vec{x}, t)$  die verschwinden ausserhalb einer beschränkten Menge. Dabei dürfen Sie  $h$  Kugelsymmetrisch wählen,  $h(\vec{x}, t) = h(|\vec{x}|, t)$ . Benutzen Sie Kugelkoordinaten und partielle Integrationen um die linke Seite umzuschreiben.

## Übung 2.

5 P.

Zwei ebene monochromatische elektromagnetische Wellen der Kreisfrequenz  $\omega$  breiten sich in Richtung der  $z$ -Achse aus. Die erste ist linear polarisiert in Richtung der  $x$ -Achse und hat Amplitude  $a$ . Die zweite ist linear polarisiert in Richtung der  $y$ -Achse und hat Amplitude  $b$ . Die Phase der zweiten Welle ist der der ersten Welle um ein Winkel  $\delta$  voraus.

a) Zeigen Sie dass die Überlagerung der beiden Wellen wieder eine monochromatische ebene Welle ist, und schreiben Sie diese in der Form

$$\vec{A}(\vec{x}, t) = \text{Re} \left( \vec{A}_0 e^{-i\omega(t - \frac{z}{c})} \right).$$

Drücken Sie den konstanten komplexen Vektor  $\vec{A}_0$  in  $a, b, \vec{e}_1, \vec{e}_2$  und  $\delta$  aus.

- b) Für welche Winkel  $\delta$  ist  $\vec{A}(\vec{x}, t)$  linear polarisiert? Wie gross ist in diesem Fall die Amplitude?
- c) Für welche Winkel  $\delta$  ist  $\vec{A}(\vec{x}, t)$  rechtshändig polarisiert?

**Übung 3.**

4 P.

Wir betrachten die Reflexion und Brechung einer monochromatischen elektromagnetischen Welle an einer ebenen Grenzfläche zweier Medien mit den Brechungsindizes  $n$  und  $n'$ .

- a) Nehme an dass alle elektrische Felder linear polarisiert senkrecht zur Einfallsebene. Bei welchem Einfallswinkel gibt es keinen reflektierten Anteil?
- b) Nehme an dass  $n > n'$ , so dass die Welle aus einem optisch dichteren Medium kommt. Wie gross muss der Einfallswinkel sein, damit es keine gebrochenen Wellen in das dünnere Medium geben kann? Hinweis: Betrachten Sie die Winkel im Snell'schen Gesetz.