Institut für Theoretische Physik
Universität Leipzig

Prof. Dr. B. Rosenow
M. Thamm

TP 3: Statistische Physik - Übungsblatt 13

Winter Semester 2024/25

Due: Lösungen für die mit * markierten Aufgaben können bis **Dienstag, 28.01.2025, 12:00 Uhr** via Moodle abgegeben werden. Die Lösungen werden in den Übungen am **Donnerstag, 30.01.2025** und **Freitag, 31.01.2025** besprochen.

Website: Die Übungsblätter können von der Kurswebsite heruntergeladen werden:
https://home.uni-leipzig.de/stp/Statistical.html_Physics_MPS_WS2425.html

Moodle: https://moodle2.uni-leipzig.de/course/view.php?id=50952

36. Mathematische Relationen

1+1+1+1 Punkte

Es seien drei Zustandsgrößen x, y und z gegeben und sei $F(x, y, z) = 0$ die Zustandsgleichung des Systems. Sei zudem w eine weitere thermodynamische Größe, die eine Funktion von zwei der drei Zustandsgrößen ist. Zeigen Sie die folgenden Relationen:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \frac{1}{\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z} \tag{a}$$

$$-1 = \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \tag{b}$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)_z = \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial w}\right)_z \tag{c}$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_w + \left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)_y \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_z \tag{d}$$

*37. Thermodynamische Relationen

1+1+1+1+1+1+1 Points

Wir betrachten ein System aus N identischen Teilchen. Sei E die Energie, T die Temperatur, V das Volumen und μ das chemische Potential. Beweisen Sie die folgenden Relationen:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)_{T,V} = \mu - T\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_{V,N} \tag{a}$$

$$\left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_{V,\mu/T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial N}{\partial \mu}\right)_{T,V} \left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)_{T,V} \tag{b}$$

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{V,\mu/T} = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{V,N} + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial N}{\partial \mu}\right)_{T,V} \left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)^2_{T,V} \tag{c}$$

Für ein System mit fixierter Teilchenzahl N, zeigen sie weiterhin:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - p \tag{d}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \tag{e}$$

$$K_T - K_S = V\frac{T\alpha_p^2}{C_p} \tag{f}$$

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{K_T}{K_S} \tag{g}$$

Hinweis: Sie können die folgenden Definitionen verwenden: $C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$, $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p$, $\alpha_p = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$, $K_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ *und* $K_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S$.

38. Photonengas

4 Punkte

Elektromagnetische Strahlung in einem Hohlraum kann als ideales Gas aus Photonen beschrieben werden. Ist die Hohlraumstrahlung im thermischen Gleichgewicht mit der Wand des Hohlraums, so ist die interne Energie $E(T,V) = V\varepsilon(T)$ und der Druck ist $p(T,V) = \varepsilon(T)/3$. Berechnen Sie $\varepsilon(T)$ bis auf einen unbekannten, konstanten Faktor. Verwenden Sie dafür nur thermodynamische Relationen.