
Mathematische Methoden 1 - Übungsblatt 5

Wintersemester 2014/2015

Abgabe: Die Aufgaben sollen bis spätestens **Montag, den 10.11., um 13:30 Uhr** in den mit "Übungen Mathematische Methoden I" beschrifteten Briefkasten im Physikgebäude in der Linnestr. 5 schriftlich eingeworfen werden. Die Aufgaben werden am 13.11. in der Übung besprochen.

Internet: Die Übungsblätter sind online verfügbar unter http://www.uni-leipzig.de/~stp/Mathematical_Methods_1_WS1415.html.

1. Unbestimmte Integrale

3+3+3 Punkte

a) Integrieren Sie

i) $\int 2x \, dx$ ii) $\int (2x + 3) \, dx$ iii) $\int 3x^2 \, dx$

iv) $\int 8x^7 \, dx$ v) $\int (-3x^{-4}) \, dx$ vi) $\int 2(x^2 - 3)2x \, dx$

b) Berechnen Sie die Integrale

i) $\int (x - 1)^{243} \, dx$ ii) $\int \sqrt{1+x} \, dx$ iii) $\int x\sqrt{2x^2 - 1} \, dx$

iv) $\int (3x - 1)^5 \, dx$ v) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} \, dx$

c) Berechnen Sie durch partielle Integration

i) $\int x \sin x \, dx$ ii) $\int x^2 \cos x \, dx$ iii) $\int \sin x \cos x \, dx$

2. Integrale

5 Punkte

Berechnen Sie die Integrale

i) $\int x^2 e^x \, dx$ ii) $\int \ln(ax) \, dx$ iii) $\int \frac{1+x}{1-x^2} \, dx$

iv) $\int_4^\infty \frac{d\rho}{\rho^2}$ v) $\int x \ln x \, dx$

3. Ableitung der Umkehrfunktion

6 Punkte

Die Ableitungen der inversen trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen sind wichtig zur Berechnung häufig vorkommender Integrale.

Berechnen Sie die Ableitung der folgenden Umkehrfunktionen unter Verwendung der Formel

$$f^{-1}'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

und vereinfachen Sie die Resultate so weit, dass keine trigonometrischen oder hyperbolischen Funktionen mehr darin vorkommen

i) $f(x) = \arcsin x$ ii) $f(x) = \arccos x$ iii) $f(x) = \arctan x$

iv) $f(x) = \operatorname{arsinh} x$ v) $f(x) = \operatorname{arcosh} x$ vi) $f(x) = \operatorname{artanh} x$.

4. Partialbruchzerlegung

3+3 Punkte

a) Berechnen Sie das Integral

$$\int \frac{1}{\cos x} dx .$$

Tip: Verwenden Sie zum Beispiel die Umformung

$$\frac{1}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 - \sin^2 x}$$

und führen Sie eine Partialbruchzerlegung durch.

b) Berechnen Sie das Integral

$$\int \frac{1}{\cosh x} dx .$$