
Mathematische Methoden 1 - Übungsblatt 3

Wintersemester 2014/2015

Abgabe: Die Aufgaben sollen bis spätestens **Montag, den 27.10., um 13:30 Uhr** in den mit "Übungen Mathematische Methoden I" beschrifteten Briefkasten im Physikgebäude in der Linnestr. 5 schriftlich eingeworfen werden. Die Aufgaben werden am 30.10. in der Übung besprochen.

Internet: Die Übungsblätter sind online verfügbar unter http://www.uni-leipzig.de/~stp/Mathematical_Methods_1_WS1415.html.

1. Sekante und Tangente

4 Punkte

Gegeben sei die Kurve $y = x^3 - 2x$. Berechnen Sie die Steigung der Sekante durch die Kurvenpunkte an den Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = \frac{3}{2}$. Vergleichen Sie diese Sekantensteigung mit der Steigung der Tangente an der Stelle $x_1 = 1$.

2. Ableitungen

3+3+2 Punkte

a) Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionsterme:

i) $3x^5$ ii) $8x - 3$ iii) $x^{\frac{7}{3}}$
iv) $7x^3 - 4x^{\frac{3}{2}}$ v) $\frac{x^3 - 2x}{5x^2}$ vi) $1/\sqrt{x}$

b) Differenzieren Sie

i) $y = (x^2 + 2)^3$ ii) $y = \sqrt{1 + x^2}$ iii) $y = (3x^2 + 2)^2$
iv) $y = \ln(x + 1)$ v) $y = 3 \cdot \cos(6x)$ vi) $y = 4 \sin(2\pi x)$

c) Bilden sie die Ableitung folgender Funktionen:

i) $g(\phi) = a \sin \phi + \tanh \phi$ gesucht $g'(\phi)$
ii) $v(u) = u \cdot e^u$ gesucht $v''(u)$

3. Extremwerte

6 Punkte

Bestimmen Sie Nullstellen, Extremwerte und Art der Extremwerte der Funktion

$$f(x) = 2x^4 - 8x^2 \quad .$$

4. Quotientenregel

3+1 Punkte

a) Zeigen Sie für Funktionen $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$ die Gültigkeit der Quotientenregel

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'}{g} - \frac{fg'}{g^2} = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

ausgehend von der Produkt- und Kettenregel.

b) Berechnen Sie die Ableitung von $\tan(x)$.

5. Ableitung und Grenzwert

2+3 Punkte

a) Berechnen Sie die Ableitung der Sinusfunktion $f(x) = \sin x$ als Differentialquotient

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \Delta x) - \sin x}{\Delta x}$$

unter Verwendung des Additionstheorems

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

und der Regel von l' Hôpital.

b) Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^x .$$

Tip: Versuchen Sie es mit einem Basiswechsel und wenden Sie die Regel von l' Hôpital an.