



# Wahlverfahren

Wie Wahlverfahren Wahlen wandeln



# 01 Einleitung



# Wahlverfahren VS Wahlsystem



## Wahlverfahren

Definiert den Ablauf, wie der Gewinner aus den Stimmen ermittelt wird

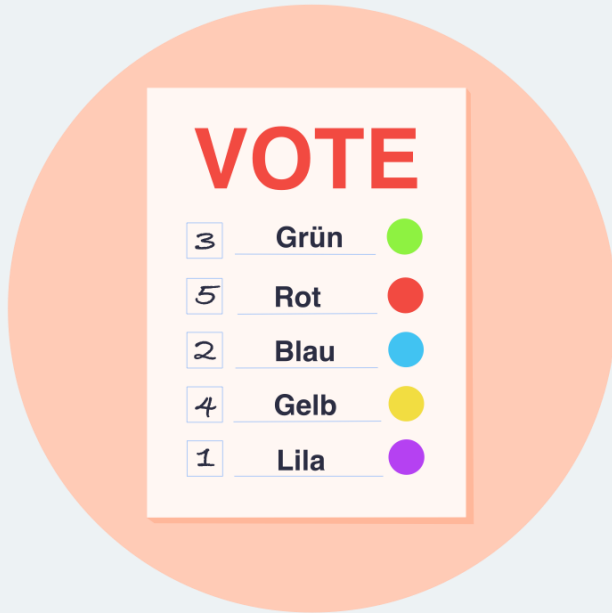


## Wahlsystem

Beinhaltet ein Wahlverfahren und beschreibt den Ablauf der Wahl



# Was ist die beste Farbe?



- Wahl der besten Farbe
- 5 Farben standen zur Wahl
- 100 Personen haben gewählt
- Wähler haben Farben nach Präferenz nummeriert

# Diskussion

Kann man aus den Stimmzetteln einen  
mathematisch eindeutigen Gewinner  
bestimmen?

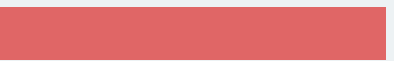




# 02

## Wahlverfahren

Vorstellung einiger single winner Verfahren



# Wahlverfahren

01   
Plurality

02   
Instant runoff

03   
Approval voting

04   
Borda count

05   
STAR voting



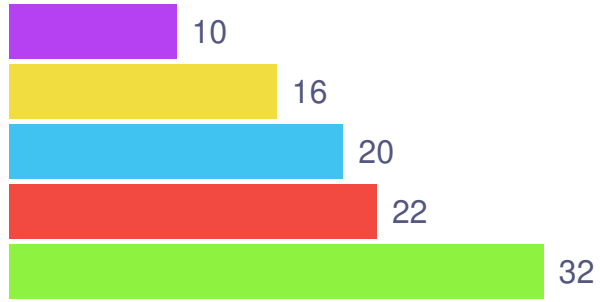
# Plurality



- auch: First past the post (FPTP), Mehrheitswahlrecht
- Ablauf:
  - a. Wähler kann seine Stimme für einen Kandidaten geben
  - b. Kandidat mit den meisten Stimmen gewinnt



# Beispiel



**Grün** gewinnt



**Stimmzettel**  
32 

1	5	4	2	3
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

**Stimmzettel**  
22 

5	1	4	3	2
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

**Stimmzettel**  
20 

5	2	1	4	3
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

**Stimmzettel**  
16 

5	4	2	1	3
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

**Stimmzettel**  
8 

5	2	4	3	1
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

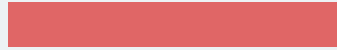
**Stimmzettel**  
2 

5	4	2	3	1
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

# Plurality



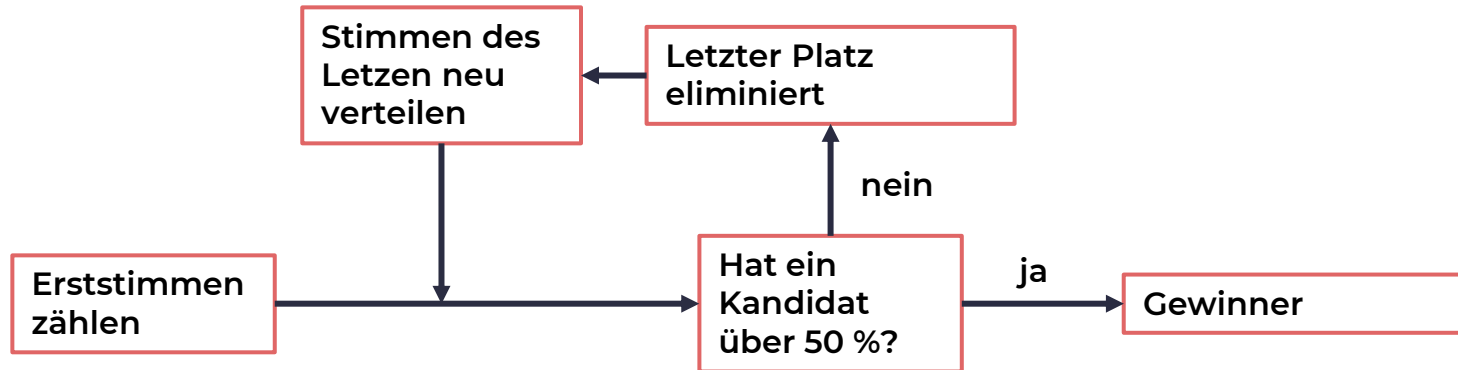
- auch: First past the post (FPTP), Mehrheitswahlrecht
- Ablauf:
  - a. Wähler kann seine Stimme für einen Kandidaten geben
  - b. Kandidat mit den meisten Stimmen gewinnt
- Stimmmehrheit heißt nicht über 50 % der Stimmen!
- Vote-splitting / ,spoiled' elections:
  - Das Antreten eines kleinen Kandidaten, welcher nahe zu einem Großem steht, führt zum Verlieren des Großen.



- Strategie / spoiler Effekt:
  - Nur Kandidat wählen, der realistische Chance zum Gewinnen hat
  - Daraus ergibt sich ein 2-Parteien System

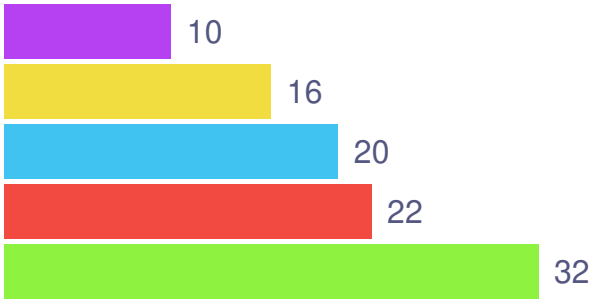
# Instant runoff

- auch: IRV
- Wähler vergibt Platz 1 bis 5 unter Kandidaten, Rangliste entsteht
- Ablauf:

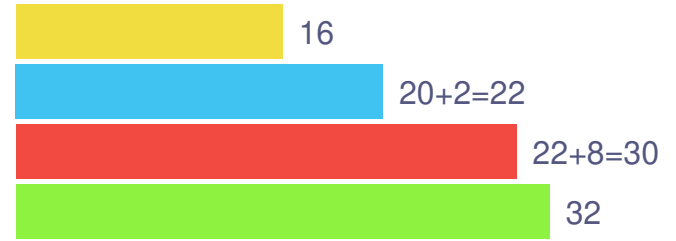


# Beispiel

Runde 1



Runde 2



Stimmzettel

32 

1	5	4	2	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

22 

5	1	4	3	2
---	---	---	---	---

Stimmzettel

20 

5	2	1	4	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

16 

5	4	2	1	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

8 

5	2	4	3	1
---	---	---	---	---

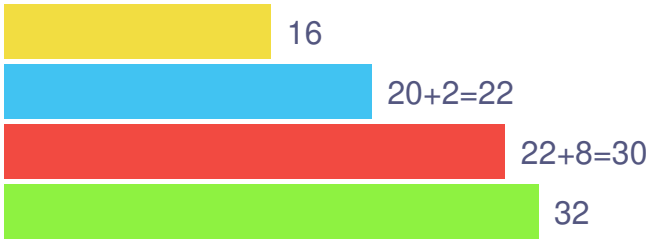
Stimmzettel

2 

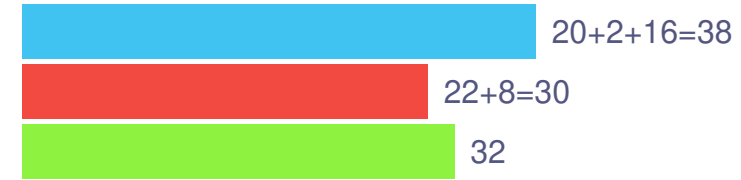
5	4	2	3	1
---	---	---	---	---

# Beispiel

Runde 2



Runde 3



Stimmzettel

32 

1	5	4	2	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

22 

5	1	4	3	2
---	---	---	---	---

Stimmzettel

20 

5	2	1	4	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

16 

5	4	2	1	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

8 

5	2	4	3	1
---	---	---	---	---

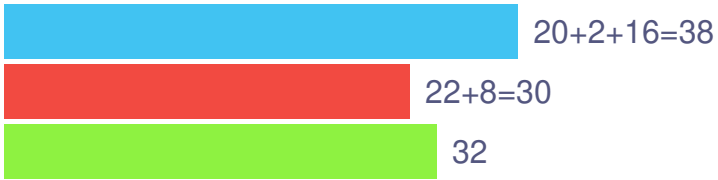
Stimmzettel

2 

5	4	2	3	1
---	---	---	---	---

# Beispiel

Runde 3



Runde 4



Stimmzettel

32 1 5 4 2 3

Stimmzettel

22 5 1 4 3 2

Stimmzettel

20 5 2 1 4 3

Stimmzettel

16 5 4 2 1 3

Stimmzettel

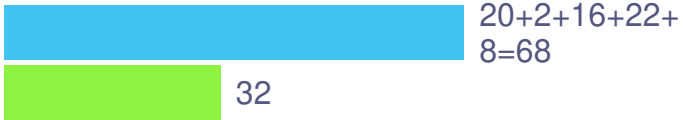
8 5 2 4 3 1

Stimmzettel

2 5 4 2 3 1

# Beispiel

Runde 4



**Blau** gewinnt



**Stimmzettel**

32 

1	5	4	2	3
---	---	---	---	---

**Stimmzettel**

22 

5	1	4	3	2
---	---	---	---	---

**Stimmzettel**

20 

5	2	1	4	3
---	---	---	---	---

**Stimmzettel**

16 

5	4	2	1	3
---	---	---	---	---

**Stimmzettel**

8 

5	2	4	3	1
---	---	---	---	---

**Stimmzettel**

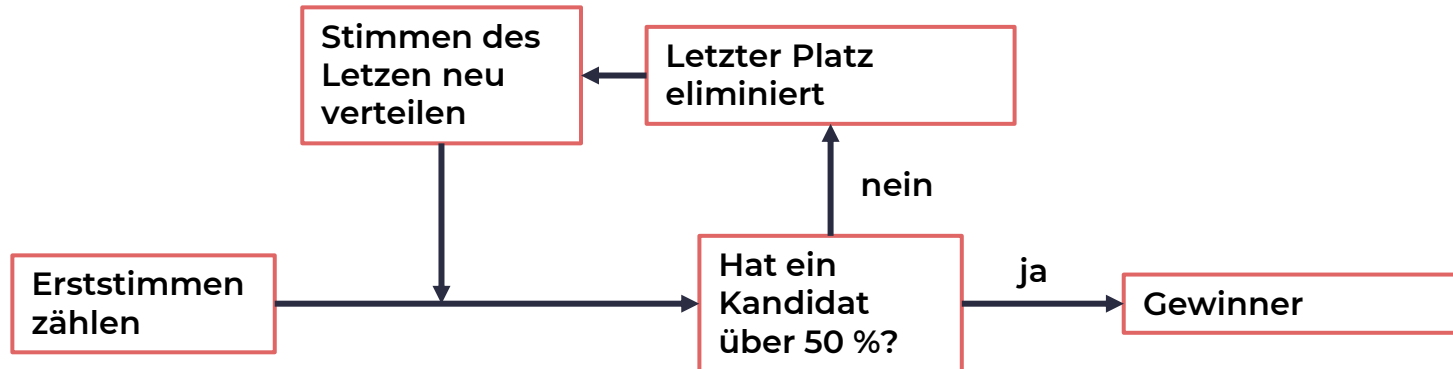
2 

5	4	2	3	1
---	---	---	---	---

# Instant runoff



- auch: IRV
- Wähler vergibt Platz 1 bis 5 unter Kandidaten, Rangliste entsteht
- Ablauf:

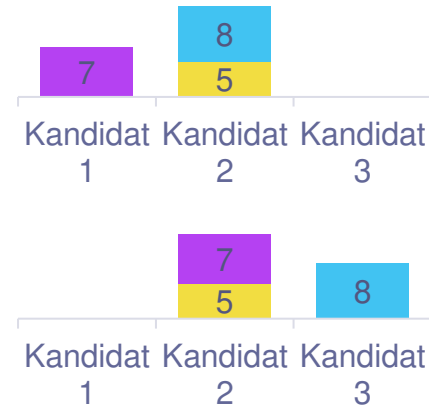
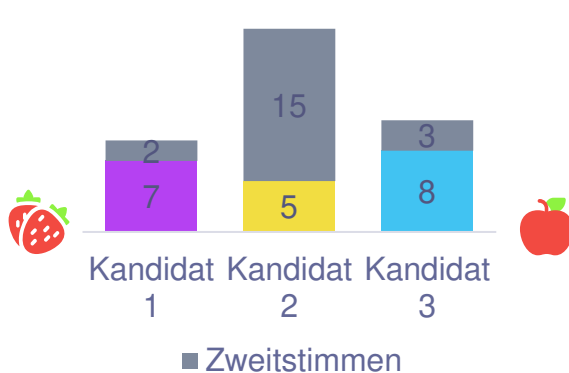


- Ergebnis gleicht FPTP (strategisch gewählt), ABER ehrliches Wählen ermöglicht



# Center squeeze

- Center squeeze:
  - 3 Kandidaten auf einer Linie (alle ungefähr gleich beliebt)
  - Mittiger Kandidat verliert, da er nur zweite Wahl von vielen ist
  - Einer der Äußeren gewinnt auch wenn Zentraler paarweise gewinnen würde



- Strategie:
  - Mittigen Kandidaten wählen, sodass entgegengesetzter nicht gewinnt

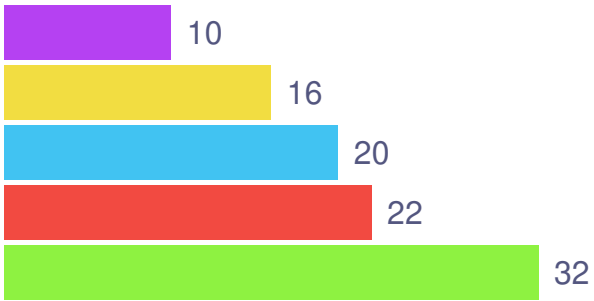
# Approval voting

- Ablauf
  - a. Wähler unterstützen (approve) so viele Kandidaten wie sie wollen ohne Priorisierung (mehrere stimmen möglich)
  - b. Am meisten unterstützter Kandidat gewinnt
- Alle Kandidaten unterstützen ist wie gar nicht wählen!

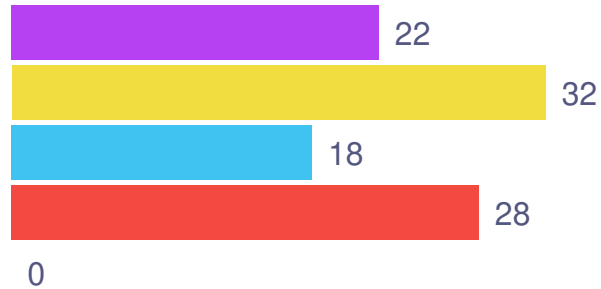


# Beispiel

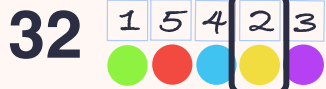
1. Stimme



2. Stimme



Stimmzettel



Stimmzettel



Stimmzettel



Stimmzettel



Stimmzettel

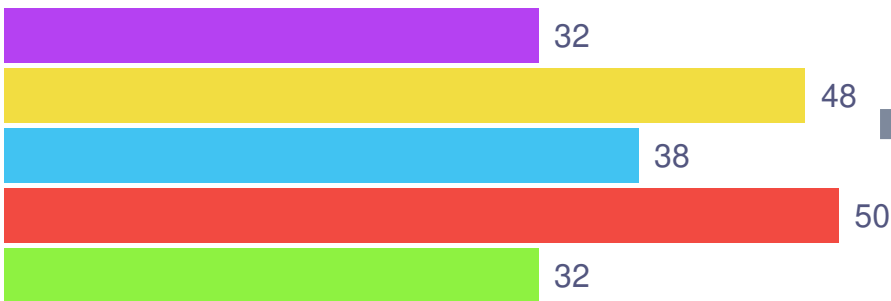


Stimmzettel



# Beispiel

Gesamt



**Rot** gewinnt



Stimmzettel

32

1 5 4 2 3



Stimmzettel

22

5 1 4 3 2



Stimmzettel

20

5 2 1 4 3



Stimmzettel

16

5 4 2 1 3



Stimmzettel

8

5 2 4 3 1



Stimmzettel

2

5 4 2 3 1



# Chicken Dilemma

- Chicken Dilemma:
  - 2 sehr ähnliche Kandidaten
  - Wähler unterstützen Ähnlichen strategisch nicht, um zu verhindern das er gewinnt
  - ‚chicken‘ Spiel: strategisches nicht-unterstützen durch beide Wählergruppen
  - Stimmzahlen der beiden Ähnlichen sinken
  - 3. Kandidat gewinnt



# Approval voting

- Ablauf
  - a. Wähler unterstützen (approve) so viele Kandidaten wie sie wollen ohne Priorisierung (mehrere stimmen möglich)
  - b. Am meisten unterstützter Kandidat gewinnt
- Alle Kandidaten unterstützen ist wie gar nicht wählen!
- Gut für Abstimmung unter Freunden




# Borda count





- Kandidat bekommt Punkte für seinen Platz, Letzter: 0Pkt., Erster (n-1)Pkt.
- Ablauf
  - a. Kandidaten gesamt Punktzahl berechnen:
$$|\text{Erster}| * (n - 1) + |\text{Zweiter}| * (n - 2) + \dots + |\text{Vorletzter}| * 1$$
  - b. Kandidat mit größter gesamt Punktzahl gewinnt


# Beispiel


Gesamt Punktzahl

  $10 \cdot 4 + 22 \cdot 3 + 68 \cdot 2 = 242$

  $16 \cdot 4 + 32 \cdot 3 + 32 \cdot 2 + 20 \cdot 1 = 244$

  $20 \cdot 4 + 18 \cdot 3 + 62 \cdot 1 = 196$

  $22 \cdot 4 + 28 \cdot 3 + 18 \cdot 1 = 190$

  $32 \cdot 4 = 128$



**Gelb** gewinnt



Stimmzettel

32 

1	5	4	2	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

22 

5	1	4	3	2
---	---	---	---	---

Stimmzettel

20 

5	2	1	4	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

16 

5	4	2	1	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

8 

5	2	4	3	1
---	---	---	---	---

Stimmzettel

2 

5	4	2	3	1
---	---	---	---	---

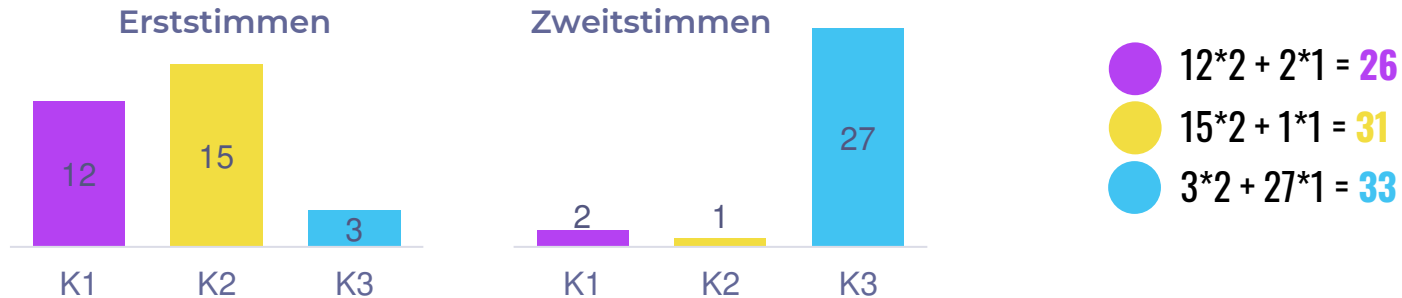
  
    



# Borda count



- Kandidat bekommt Punkte für seinen Platz, Letzter: 0Pkt., Erster (n-1)Pkt.
- Ablauf
  - a. Kandidaten gesamt Punktzahl berechnen:
$$|\text{Erster}| * (n - 1) + |\text{Zweiter}| * (n - 2) + \dots + |\text{Vorletzter}| * 1$$
  - b. Kandidat mit größter gesamt Punktzahl gewinnt
- Strategie Problem: Dark Horse
  - Wähle den Kandidaten, der die kleinste Chance hat zu gewinnen, als zweite Wahl
  - Wenn genug Wähler so wählen, gewinnt dieser Kandidat




# STAR voting


- Akronym für Score Then Automatic Runoff voting
- Wähler geben Kandidaten Punkte, 0 bedeutet keine Unterstützung, 5 Maximale Unterstützung, Kandidaten können gleiche viele Punkte haben
- Ablauf
  - a. Berechne gesamt Punktestand für jeden Kandidaten (Summe der Punkte auf Stimmzettel)
  - b. Bestimme zwei Kandidaten mit größten Punktestand
  - c. Weise jeden Stimmzettel dem Kandidaten zu, der die höheren Punkte auf dem Stimmzettel hat
  - d. Kandidat mit den meisten Stimmzetteln gewinnt





# Beispiel


Gesamt Punktestand

  $10 \cdot 5 + 22 \cdot 4 + 68 \cdot 3 = 342$

  $16 \cdot 5 + 32 \cdot 4 + 32 \cdot 3 + 20 \cdot 2 = 344$

  $20 \cdot 5 + 18 \cdot 4 + 62 \cdot 2 = 296$

  $22 \cdot 5 + 28 \cdot 4 + 18 \cdot 2 + 32 \cdot 1 = 290$

  $32 \cdot 5 + 68 \cdot 1 = 228$

Gewonnene Stimmzettel



**Violett** gewinnt



Stimmzettel

32 


1	5	4	2	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

22 



5	1	4	3	2
---	---	---	---	---

Stimmzettel

20 

5	2	1	4	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

16 

5	4	2	1	3
---	---	---	---	---

Stimmzettel

8 

5	2	4	3	1
---	---	---	---	---

Stimmzettel

2 

5	4	2	3	1
---	---	---	---	---

# STAR voting

- Akronym für Score Then Automatic Runoff voting
- Wähler geben Kandidaten Punkte, 0 bedeutet keine Unterstützung, 5 Maximale Unterstützung, Kandidaten können gleiche viele Punkte haben
- Ablauf
  - a. Berechne gesamt Punktestand für jeden Kandidaten (Summe der Punkte auf Stimmzettel)
  - b. Bestimme zwei Kandidaten mit größten Punktestand
  - c. Weise jeden Stimmzettel dem Kandidaten zu, der die höheren Punkte auf dem Stimmzettel hat
  - d. Kandidat mit den meisten Stimmzetteln gewinnt
- Strategie Problem: Bullet voting
  - Man vergibt nur 0 oder 5 Punkte
  - STAR verhält sich dann wie Approval voting



# Vergleich der Verfahren



	Ablauf	Problem	Sieger
Plurality (FPTP)	Wähle Einen	Vote-splitting	Grün
Instant runoff (IRV)	Letzten entfernen bis einer über 50%	Center squeeze	Blau
Approval voting (AV)	Wähle Mehrere	Chicken Dilemma	Rot
Borda count	Punkte für Reihenfolge	Dark Horse	Gelb
STAR voting	0 bis 5 Pkt, Borda & IRV gemischt	Bullet voting	Lila



# Diskussion

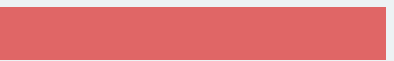
Welches ist das beste Wahlverfahren?





03

# Condorcet



# Condorcet Methode

- Condorcet-Sieger ist der Kandidat, welcher jeden anderen Kandidaten im 1 vs. 1 schlägt
- Beispiel:

**Stimmzettel**

1	2	3
●	●	●

**Stimmzettel**

2	3	1
●	●	●

**Stimmzettel**

1	3	2
●	●	●

Grün über Rot:  $3 > 0$   
Grün über Blau:  $2 > 1$   
Blau über Rot:  $2 > 1$

Grün ist Condorcet-Sieger. Rot ist Condorcet-Verlierer.

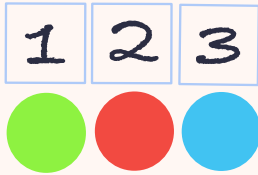




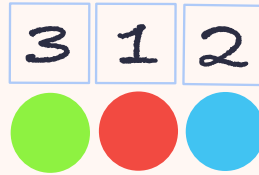
# Condorcet Paradox



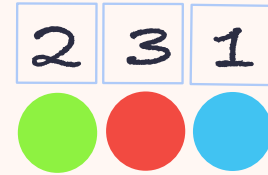
Stimmzettel



Stimmzettel



Stimmzettel



Grün über Rot: 2 > 1  
Blau über Grün: 2 > 1  
Rot über Blau: 2 > 1

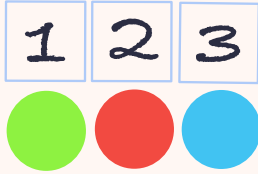


Kein Condorcet-Sieger

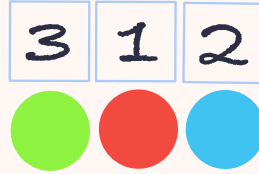
# Condorcet Paradox



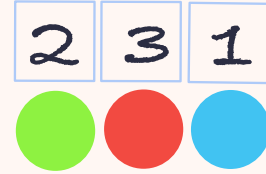
## Stimmzettel



## Stimmzettel

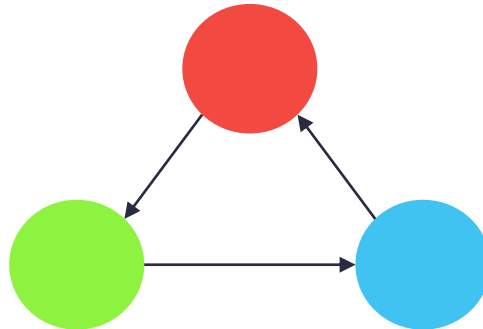


## Stimmzettel



- Keine Gruppenpräferenz aus Einzelpräferenz bestimmbar

Grün > Rot  
Rot > Blau  
Blau > Grün



# Condorcet Kriterium

## Condorcet

Plurality (FPTP)	✘
Instant runoff (IRV)	✘
Approval voting (AV)	✘
Borda count	✘
STAR voting	✘



# Quellen

- Jameson Quinn (2018), A voting theory primer for rationalists, [lesswrong.com](https://lesswrong.com) [05.06.21]
- PBS Infinite Series, Voting Systems and the Condorcet Paradox, [youtube.com](https://youtube.com) [05.06.21]
- American mathematical society (2004), Voting and Elections, [ams.org](https://ams.org) [05.06.21]
- Einleitung Bild Stimmzettel, [vecteezy.com](https://vecteezy.com) [05.06.21]
- Präsentationsvorlage, International Politics Thesis, [slidesgo.com](https://slidesgo.com) [05.06.21]