

SEMANTICS AND BINDING

GREG KOBELE

UNIVERSITÄT LEIPZIG

SUMMER SEMESTER, 2024

EIN RÄTSEL

Folgende Satzpaare sind gleichbedeutend

wovon folgt das?

1.
 - ▶ Mindestens $\frac{2}{3}$ der Studenten antworteten keine Fragen
 - ▶ Höchstens $\frac{1}{3}$ der Studenten antworteten mindestens eine Frage
2.
 - ▶ Jeder Student außer Hans las mindestens so viele Romane wie Gedichte
 - ▶ Kein Student außer Hans las weniger Romane als Gedichte
3.
 - ▶ Fast alle Professoren lasen mindestens einen Artikel zum Frühstück
 - ▶ Fast kein Professor las keinen Artikel zum Frühstück

PUZZLE 1 (II)

- LF von [DP1 V DP2] ist $F(G(R))$, wo DP1 und DP2 bedeuten F und G, und V bedeutet R.
- Puzzle 1 behauptet, daß für gewisse F, G, I, J
$$F(G(R)) = I(J(R)), \text{ für alle } R$$

Die Frage

gegeben F und G, was sind die mögliche I und J damit das gilt?

4 = 5; aber 6 nicht

Wieso?

4.
 - ▶ Zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ der Studenten haben bestanden
 - ▶ Zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ der Studenten haben nicht bestanden
5.
 - ▶ Entweder jeder Student außer Hans oder kein Student außer Hans hat bestanden
 - ▶ Entweder jeder Student außer Hans oder kein Student außer Hans hat nicht bestanden
6.
 - ▶ Zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ der Studenten haben bestanden
 - ▶ Zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ der Studenten haben nicht bestanden

PUZZLE 2 (II)

- LF von [DP V] ist $F(P)$, wo DP bedeutet F, und V bedeutet P.
- Puzzle 2 behauptet, daß für gewisse F,
$$F(P) = F(\neg P), \text{ für alle } P$$

Die Frage

welche Fs haben diese Eigenschaft?

Satz	Bedeutung
[Alle Dichter][träumen]	$F(p)$
[Nicht [alle Dichter]][träumen]	$(\neg F)(p)$
Es ist nicht der Fall, daß [alle Dichter träumen]	$\neg(F(p))$
[Alle Dichter][träumen nicht]	$F(\neg p)$

KOMPLEMENT (II)

Gegeben F

wie druckt man $\neg F$ aus?

mit nicht nicht jeder Student, nicht alle Dichter, nicht mehr als 10 Katzen,
nicht weniger Jungen als Mädchen

suppletion

Mehr als 10 Jungen
mindestens die Hälfte der Romane
entweder Hans oder Franz
ein Student
mindestens zwei Jungs
ein oder mehr Mädchen
mindestens so viele Gedichte als Romane

KOMPLEMENT (II)

Gegeben F

wie druckt man $\neg F$ aus?

mit nicht nicht jeder Student, nicht alle Dichter, nicht mehr als 10 Katzen,
nicht weniger Jungen als Mädchen

suppletion

Mehr als 10 Jungen
mindestens die Hälfte der Romane
entweder Hans oder Franz
ein Student
mindestens zwei Jungs
ein oder mehr Mädchen
mindestens so viele Gedichte als Romane

Höchstens 10 Jungen

KOMPLEMENT (II)

Gegeben F

wie druckt man $\neg F$ aus?

mit nicht nicht jeder Student, nicht alle Dichter, nicht mehr als 10 Katzen,
nicht weniger Jungen als Mädchen

suppletion

Mehr als 10 Jungen
mindestens die Hälfte der Romane
entweder Hans oder Franz
ein Student
mindestens zwei Jungs
ein oder mehr Mädchen
mindestens so viele Gedichte als Romane

Höchstens 10 Jungen
weniger als die Hälfte der Romane

KOMPLEMENT (II)

Gegeben F

wie druckt man $\neg F$ aus?

mit nicht nicht jeder Student, nicht alle Dichter, nicht mehr als 10 Katzen,
nicht weniger Jungen als Mädchen

suppletion

Mehr als 10 Jungen
mindestens die Hälfte der Romane
entweder Hans oder Franz
ein Student
mindestens zwei Jungs
ein oder mehr Mädchen
mindestens so viele Gedichte als Romane

Höchstens 10 Jungen
weniger als die Hälfte der Romane
weder Hans noch Franz

KOMPLEMENT (II)

Gegeben F

wie druckt man $\neg F$ aus?

mit nicht nicht jeder Student, nicht alle Dichter, nicht mehr als 10 Katzen,
nicht weniger Jungen als Mädchen

suppletion

Mehr als 10 Jungen
mindestens die Hälfte der Romane
entweder Hans oder Franz
ein Student
mindestens zwei Jungs
ein oder mehr Mädchen
mindestens so viele Gedichte als Romane

Höchstens 10 Jungen
weniger als die Hälfte der Romane
weder Hans noch Franz
kein Student

KOMPLEMENT (II)

Gegeben F

wie druckt man $\neg F$ aus?

mit nicht nicht jeder Student, nicht alle Dichter, nicht mehr als 10 Katzen,
nicht weniger Jungen als Mädchen

suppletion

Mehr als 10 Jungen
mindestens die Hälfte der Romane
entweder Hans oder Franz
ein Student
mindestens zwei Jungs
ein oder mehr Mädchen
mindestens so viele Gedichte als Romane

Höchstens 10 Jungen
weniger als die Hälfte der Romane
weder Hans noch Franz
kein Student
weniger als zwei Jungs

KOMPLEMENT (II)

Gegeben F

wie druckt man $\neg F$ aus?

mit nicht nicht jeder Student, nicht alle Dichter, nicht mehr als 10 Katzen,
nicht weniger Jungen als Mädchen

suppletion

Mehr als 10 Jungen
mindestens die Hälfte der Romane
entweder Hans oder Franz
ein Student
mindestens zwei Jungs
ein oder mehr Mädchen
mindestens so viele Gedichte als Romane

Höchstens 10 Jungen
weniger als die Hälfte der Romane
weder Hans noch Franz
kein Student
weniger als zwei Jungs
kein Mädchen

KOMPLEMENT (II)

Gegeben F

wie druckt man $\neg F$ aus?

mit nicht nicht jeder Student, nicht alle Dichter, nicht mehr als 10 Katzen,
nicht weniger Jungen als Mädchen

suppletion

Mehr als 10 Jungen
mindestens die Hälfte der Romane
entweder Hans oder Franz
ein Student
mindestens zwei Jungs
ein oder mehr Mädchen
mindestens so viele Gedichte als Romane

Höchstens 10 Jungen
weniger als die Hälfte der Romane
weder Hans noch Franz
kein Student
weniger als zwei Jungs
kein Mädchen
weniger Gedichte als Romane

KOMPLEMENT (II)

Gegeben F

wie druckt man $\neg F$ aus?

mit nicht nicht jeder Student, nicht alle Dichter, nicht mehr als 10 Katzen,
nicht weniger Jungen als Mädchen

suppletion

Mehr als 10 Jungen
mindestens die Hälfte der Romane
entweder Hans oder Franz
ein Student
mindestens zwei Jungs
ein oder mehr Mädchen
mindestens so viele Gedichte als Romane

Höchstens 10 Jungen
weniger als die Hälfte der Romane
weder Hans noch Franz
kein Student
weniger als zwei Jungs
kein Mädchen
weniger Gedichte als Romane
entweder weniger oder mehr al

Fakten über Komplement

- Alle Sprachen können's ausdrücken
- \neg ist
 1. bijektiv
 2. selbst umkehrend ($\neg\neg F = F$)
 3. symmetrisch ($F = \neg G$ gdw $G = \neg F$)
 4. $F \neq \neg F$, nie

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student

Anna und Susanna

jeder Student außer Hans

mehr als 90% der Mädchen

genau 6/10 Bauer

höchstens 1/3 der Jungen

alle außer ein zehntel von Hansens Hunde

genau die Hälfte der Studenten

nicht jeder Student

beide Richter

fast alle Anwälte

die Mehrheit der Studenten

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student

Anna und Susanna

jeder Student außer Hans

mehr als 90% der Mädchen

genau 6/10 Bauer

höchstens 1/3 der Jungen

alle außer ein zehntel von Hansens Hunde

genau die Hälfte der Studenten

nicht jeder Student

beide Richter

fast alle Anwälte

die Mehrheit der Studenten

kein Student

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans
weniger als 10% der Mädchen

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans
weniger als 10% der Mädchen
(genau) 4/10 Bauer

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans
weniger als 10% der Mädchen
(genau) 4/10 Bauer
mindestens 2/3 der Jungen

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans
weniger als 10% der Mädchen
(genau) 4/10 Bauer
mindestens 2/3 der Jungen
ein zehntel Hansens Hunde

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans
weniger als 10% der Mädchen
(genau) 4/10 Bauer
mindestens 2/3 der Jungen
ein zehntel Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans
weniger als 10% der Mädchen
(genau) 4/10 Bauer
mindestens 2/3 der Jungen
ein zehntel Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
ein Student

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans
weniger als 10% der Mädchen
(genau) 4/10 Bauer
mindestens 2/3 der Jungen
ein zehntel Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
ein Student
keine (der beiden) Richter

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans
weniger als 10% der Mädchen
(genau) 4/10 Bauer
mindestens 2/3 der Jungen
ein zehntel Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
ein Student
keine (der beiden) Richter
fast kein Anwalt

POST-KOMPLEMENT (I)

Definition F_{\neg}

$$(F_{\neg})(p) = F(\neg p)$$

Jeder Student
Anna und Susanna
jeder Student außer Hans
mehr als 90% der Mädchen
genau 6/10 Bauer
höchstens 1/3 der Jungen
alle außer ein zehntel von Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
nicht jeder Student
beide Richter
fast alle Anwälte
die Mehrheit der Studenten

kein Student
weder Anna noch Susanna
kein Student außer Hans
weniger als 10% der Mädchen
(genau) 4/10 Bauer
mindestens 2/3 der Jungen
ein zehntel Hansens Hunde
genau die Hälfte der Studenten
ein Student
keine (der beiden) Richter
fast kein Anwalt
ein Minderheit der Studenten

Fakten über post-komplement

1. $F \neg$ ist

- ▶ bijektiv
- ▶ selbst umkehrend
- ▶ symmetrisch

2. in Vergleich zu $\neg F$

- ▶ hat Fixpunkte
- ▶ Nicht alle BAs haben post-komplemente;
um das $(F \neg)(p) = F(\neg p)$ Sinn macht, muss p boolesch sein (also muss die Domäne von F boolesch sein)

3. **Kein** NS hat eine monomorpemische 'post-komplement' Ausdruck

PUZZLE 1 (III)

- LF von $[DP1 \vee DP2]$ ist $F(G(R))$, wo DP1 und DP2 bedeuten F und G, und V bedeutet R.
- Puzzle 1 behauptet, daß für gewisse F, G, F', G'
$$F(G(R)) = F'(G'(R)), \text{ für alle } R$$

Die Frage

gegeben F und G, was sind die mögliche I und J damit das gilt?

Die Antwort

Theorem

sei F,G,I,J nicht trivial, und R beliebig $F(G(R)) = I(J(R))$ gdw $(F = I \text{ und } G=J)$ oder $(I = F \neg \text{ und } J = \neg G)$

PUZZLE 2 (III)

- LF von [DP V] ist $F(P)$, wo DP bedeutet F, und V bedeutet P.
- Puzzle 2 behauptet, daß für gewisse F,
$$F(P) = F(\neg P), \text{ für alle } P$$

Die Frage

welche Fs haben diese Eigenschaft?

Die Antwort

eine GQ F, die ihre eigene post-komplement ist

- Subjekte von 4 und 5 bedeuten eine solche GQ
- Subjekt von 6 ist nicht eine solche GQ

Folgende Satzpaare sind gleich bedeutend.

Wieso?

7.
 - ▶ Each counselor told both John and Bill at least three stories
 - ▶ No counselor told either John or Bill fewer than three stories
8.
 - ▶ Not every witness told every detective two or more lies
 - ▶ At least one witness told some detective fewer than two lies
9.
 - ▶ All but one witness told more than half the jurors at least one lie
 - ▶ Just one witness told at least half the jurors no lie at all

Der Dual von F ist $\neg F \neg$

jeder Student

Hans und Franz

höchstens 70% der Studenten

Alle Studenten außer höchstens drei

Mehr als 9 von den 15 Studenten

weniger als ein von 3 Babies

ein Student

Der Dual von F ist $\neg F$

jeder Student

Hans und Franz

höchstens 70% der Studenten

Alle Studenten außer höchstens drei

Mehr als 9 von den 15 Studenten

weniger als ein von 3 Babies

ein Student

Hans oder Franz

Der Dual von F ist $\neg F$

jeder Student
Hans und Franz
höchstens 70% der Studenten
Alle Studenten außer höchstens drei
Mehr als 9 von den 15 Studenten
weniger als ein von 3 Babies

ein Student
Hans oder Franz
weniger als 30% der Studenten

Der Dual von F ist $\neg F$

jeder Student

Hans und Franz

höchstens 70% der Studenten

Alle Studenten außer höchstens drei

Mehr als 9 von den 15 Studenten

weniger als ein von 3 Babies

ein Student

Hans oder Franz

weniger als 30% der Studenten

mehr als zwei Studenten

Der Dual von F ist $\neg F$

jeder Student
Hans und Franz
höchstens 70% der Studenten
Alle Studenten außer höchstens drei
Mehr als 9 von den 15 Studenten
weniger als ein von 3 Babies

ein Student
Hans oder Franz
weniger als 30% der Studenten
mehr als zwei Studenten
mindestens 6 von den 15 Studenten

Der Dual von F ist $\neg F \neg$

jeder Student
Hans und Franz
höchstens 70% der Studenten
Alle Studenten außer höchstens drei
Mehr als 9 von den 15 Studenten
weniger als ein von 3 Babies

ein Student
Hans oder Franz
weniger als 30% der Studenten
mehr als zwei Studenten
mindestens 6 von den 15 Studenten
maximal zwei von drei Babies

PUZZLE 3 (II)

- LF von [DP1 V DP2 DP3] ist $F(G(H(R)))$, wo DP1, DP2 und DP3 bedeuten F, G und H, und V bedeutet R.
- Puzzle 3 behauptet, daß für gewisse F, G, H, I, J, K
$$F(G(H(R))) = I(J(K(R))), \text{ für alle } R$$

Die Frage

gegeben F, G und H, was sind die mögliche I, J und K damit das gilt?

Die Antwort

Die Sätze haben der Form: $F(G(H(R))) = I(J(K(R)))$ wo

- $I = F \neg$
- $J = \neg G \neg$
- $K = \neg H$

REDUCIBILITY

DIE VIELFALT EINES GQS

1. Every student laughs
2. Every student praised some teacher

GQS ALS STELLIGKEITSREDUZIERER

$Q : GQ$

$$P \subseteq E^1 \quad Q(P) : t$$

$$R \subseteq E^2 \quad Q(R) := \{a : Q(\{b : aRb\})\}$$

$$R \subseteq E^{n+1} \quad Q(R) := \{\langle a_1, \dots, a_n \rangle : Q(\{b : Ra_1, \dots, a_n, b\})\}$$

Every student praises some teacher

$$\begin{aligned}
& \text{EV}(\text{ST})(\text{SO}(\text{TE})(\text{PR})) \\
&= \text{EV}(\text{ST})(\{a : \text{SO}(\text{TE})(\{b : \text{PR}ba\})\}) \\
&= \text{EV}(\text{ST})(\{a : \text{TE} \cap \{b : a\text{PR}b\} \neq \emptyset\}) \\
&= \text{EV}(\text{ST})(\{a : \text{TE} \cap \{b : a\text{PR}b\} \neq \emptyset\}) \\
&= \text{ST} \subseteq \{a : \text{TE} \cap \{b : a\text{PR}b\} \neq \emptyset\}) \\
&= \forall x. \text{ST}(x) \rightarrow x \in \{a : \text{TE} \cap \{b : a\text{PR}b\} \neq \emptyset\}) \\
&= \forall x. \text{ST}(x) \rightarrow \text{TE} \cap \{b : x\text{PR}b\} \neq \emptyset \\
&= \forall x. \text{ST}(x) \rightarrow \exists y. \text{TE}(y) \wedge y \in \{b : x\text{PR}b\} \\
&= \forall x. \text{ST}(x) \rightarrow \exists y. \text{TE}(y) \wedge x\text{PR}y
\end{aligned}$$

EINS NACH DEM ANDEREN, ODER...

Every student praised some teacher

Iteration

$EV(ST)(SO(TE)(PR))$

Simultan

$(EV(ST) \circ SO(TE))(PR)$

Every student some teacher

- ein komplexer Quantifizierer
- nimmt eine binäre Beziehung als Argument

▶ $(eet)t$

Die Frage

Sei F G ein komplexer Quantifizierer. ?Gilt immer, für irgendeine G Qen j und k :

$$F \text{ } G = j \circ k$$

Übersetzung

kann der semantische Beitrag von S und O immer als die iterative Applikation von S und O behandelt werden?

NICHT REDUZIERBARE GQEN

- every poet likes no one but himself
- different people like different things
- John and Bill eat the same things