Semantics and Binding

Greg Kobele

Universität Leipzig

Summer Semester, 2024

Boolessche Wörter in anderen Domäne

Verbände, Verbände, überall?

S und VP

denotieren in Verbände

- deswegen *und*, *oder*, und *nicht*

Det? DP? P? PP? V? ...?

???

Verbände, Verbände, überall?

S und VP

denotieren in Verbände

- deswegen *und*, *oder*, und *nicht*

Det? DP? P? PP? V? ...?

???

Vorschau

Die Menge aller punktweise definierten Funktionen mit Codomäne eines (booleschen) Verbandes ist selber einer

$[\![VP]\!]$

- Mengen von Individuen
- $[\![lacht]\!]$
  - gleicht die Menge aller Individuen, die lachen
- $[\![liebt\ Spargel]\!]$
  - gleicht die Menge aller Spargelliebhaber

Warum Spargelliebhaber?

Warum:

$[\![VP]\!] = \{a : a$ *ist einer, der VPen tut*$\}$

Satzinterpretation

$[_S$ Hans $[_{VP}$ liebt Spargel$]]$

ist wahr, gdw

- $[\![$*Hans*$]\!] \in [\![$*liebt Spargel*$]\!]$

Jetzt V

$[\![V]\!]$

- ist wahr (oder falsch) von 2 Individuen (S u O)
- $[\![liebt]\!] = \{\langle a, b\rangle : a$ *ist einer, der* b *liebt*$\}$

VP Interpretation?

$[\![[_{VP}$*liebt Spargel*$]]\!] = \{a : \langle a, [\![Spargel]\!]\rangle \in [\![liebt]\!]\}$

Mengen und Funktionen

$$\mathbf{2} := \{0, 1\}$$

Menge

$[\![lacht]\!] = \{a : a$ ***lacht***$\}$

- $[\![lacht]\!] \in \wp(E)$

Funktion

$[\![lacht]\!](a) = 1$ gdw *a* lacht

- $[\![lacht]\!] \in [E \rightarrow \mathbf{2}]$

Transitive Funktionen

Menge

$[\![liebt]\!] = \{\langle a, b\rangle : a$ ***liebt*** $b\}$

- $[\![liebt]\!] \in \wp(E \times E)$

Funktion

$[\![liebt]\!](a)(b) = 1$ gdw *a b* liebt

- $[\![liebt]\!] \in [E \to [E \to \mathbf{2}]]$

Vorteile von Funktionen

Interpretation (Mengen)

Satz $[\![S\ VP]\!] = 1 \text{ gdw } [\![S]\!] \in [\![VP]\!]$

VP $[\![V\ O]\!] = \{a : \langle a, [\![O]\!]\rangle \in [\![V]\!]\}$

Interpretation (Funktionen)

Satz $[\![S\ VP]\!] = [\![VP]\!]([\![S]\!])$

VP $[\![V\ O]\!] = [\![V]\!]([\![O]\!])$

P und PP

[Arnold [$_{VP}$ [$_{VP}$ hebt Gewichte] [$_{PP}$ unter der Brücke]]]

PP

PP *modifiziert* eine VP

- $[\![PP]\!] = [[\![VP]\!] \rightarrow [\![VP]\!]]$

$$([\![\textit{unter der Brücke}]\!]([\![\textit{hebt Gewichte}]\!]))([\![\textit{Arnold}]\!])$$

P und PP

[Arnold [$_{VP}$ [$_{VP}$ hebt Gewichte] [$_{PP}$ unter der Brücke]]]

PP

PP *modifiziert* eine VP

- $[\![PP]\!] = [[\![VP]\!] \to [\![VP]\!]]$

$$([\![\textit{unter der Brücke}]\!]([\![\textit{hebt Gewichte}]\!]))([\![\textit{Arnold}]\!])$$

P

selegiert eine DP, um eine PP zu werden

- $[\![P]\!] = [[\![DP]\!] \to [\![PP]\!]]$

$$([\![\textit{unter}]\!]([\![\textit{der Brücke}]\!])([\![\textit{hebt Gewichte}]\!]))([\![\textit{Arnold}]\!])$$

Mengen u Funktion (II)

Äquivalenz

1. die Teilmengen einer Menge
2. die Funktionen von dieser Menge zu den Wahrheitswerten

eine alternative Darstellung des gleichen Dings

Gegeben $B \subseteq A$

die Funktion χ_B, die lediglich allen $b \in B$ die Whw 1 zuordnet

- *Indikatorfunktion* von B

Von Funktion zur Menge

Gegeben $f \in [A \to \mathbf{2}]$

die Teilmenge $B_f \subseteq A$, die lediglich alle $b \in A$ beinhaltet, wo $f(b) = 1$

Besondere Fälle

oben: A

für jedes $a \in A$, $\chi_A(a) = 1$

unten: $\emptyset$

für jedes $a \in A$, $\chi_\emptyset(a) = 0$

Verbandkonstruktion, Punktweise

sei B ein boolescher Verband

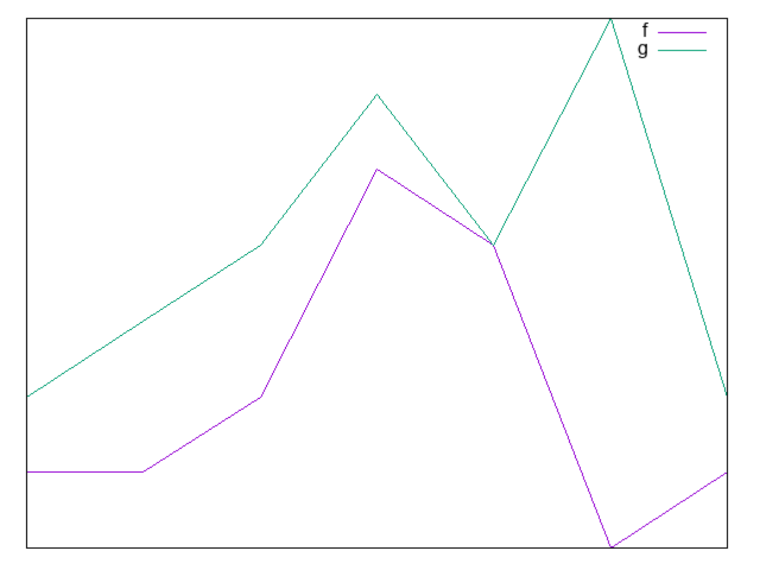
$[A \to B]$

die Menge aller Funktionen von A zu B

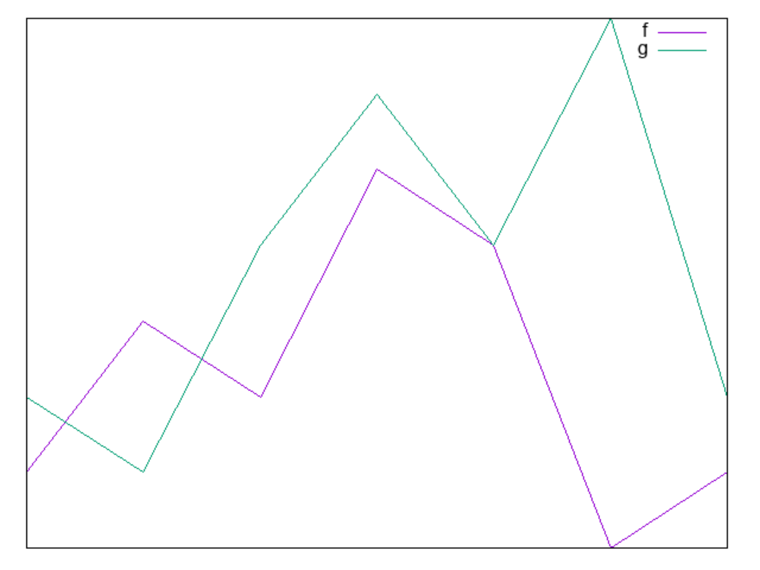
Halbordnung

$f \leq g$ gdw für alle $a \in A$, $f(a) \leq g(a)$

$f \leq g$



$f \not\leq g$



Verbandsoperationen

Verbandsoperationen

koS

$\chi_B \vee \chi_C := \chi_{B\cup C}$

Verbandsoperationen

koS

$\chi_B \vee \chi_C := \chi_{B \cup C}$

guS

$\chi_B \wedge \chi_C := \chi_{B \cap C}$

koS

$\chi_B \vee \chi_C := \chi_{B \cup C}$

guS

$\chi_B \wedge \chi_C := \chi_{B \cap C}$

Komplement

$\neg \chi_B := \chi_{\overline{B}}$

$\chi_{B\cap C}(a) = 1$ gdw

- $\chi_B(a) = 1$ und $\chi_C(a) = 1$

gdw

- $\chi_B(a) \wedge \chi_C(a) = 1$

für jedes $a \in A$, $\chi_{B\cap C}(a) = \chi_B(a) \wedge \chi_C(a)$

Verbandkonstruktion, Punktweise

sei B ein boolescher Verband

$[A \to B]$

die Menge aller Funktionen von A zu B

Halbordnung

$f \leq g$ gdw für alle $a \in A$, $f(a) \leq g(a)$

Operationen

- $(f \vee g)(a) := f(a) \vee g(a)$
- $(f \wedge g)(a) := f(a) \wedge g(a)$
- $(\neg f)(a) := \neg(f(a))$

P und PP

PP

PP *modifiziert* eine VP

- $[\![PP]\!] = [[\![VP]\!] \to [\![VP]\!]]$

Verbände überall

$[\![VP]\!] = [E \to \mathbf{2}]$ ist ein Verband

- $[\![PP]\!] = [[\![VP]\!] \to [\![VP]\!]]$ ist dann auch
- und dann $[\![P]\!] = [[\![DP]\!] \to [\![PP]\!]]$ auch

P und PP

PP

PP *modifiziert* eine VP

- $[\![PP]\!] = [[\![VP]\!] \to [\![VP]\!]]$

P

selegiert eine DP, um eine PP zu werden

- $[\![P]\!] = [[\![DP]\!] \to [\![PP]\!]]$

Verbände überall

$[\![VP]\!] = [E \to \mathbf{2}]$ ist ein Verband

- $[\![PP]\!] = [[\![VP]\!] \to [\![VP]\!]]$ ist dann auch
- und dann $[\![P]\!] = [[\![DP]\!] \to [\![PP]\!]]$ auch

Fazit

Wenn B ein Verband ist,

dann ist auch $[A \to B]$ einer

- egal was A ist

Da 2 ein Verband ist

sind alle Domäne, die mit 2 'enden', auch einer.

VP $[E \to \mathbf{2}]$

V $[E \to [E \to \mathbf{2}]]$

PP $[[\![VP]\!] \to [\![VP]\!]]$

und, *oder*, und *nicht*

sind so flexibel, weil so viele Domäne erben ihre Verbandheit von die der Wahrheitswerten

DPs

DP Koordination

- Hans und Maria machen Liegestützte
- Entweder Hans oder jedes Kind wird geopfert

Bisherige Annahmen

- $[\![$*Sub VP*$]\!] = [\![VP]\!]([\![Sub]\!])$
  - $[\![VP]\!] : e \rightarrow t$, $[\![DP]\!] : e$
- $[\![XP \; und \; YP]\!] = [\![XP]\!] \wedge [\![YP]\!]$
  - wenn $[\![XP]\!], [\![YP]\!] \in B$, wo B boolesch ist

E IST NICHT BOOLESCH

- einfach eine Menge Individuen
  - 0? 1?
  - $\neg$ *greg*?

Was tun?

Wollen das

$$[\![\textit{Greg lacht}]\!] = 1 \text{ gdw } [\![lacht]\!](\mathit{g}) = 1$$

Aber

$[\![Greg]\!] \notin E$ (weil kein Verband)

Schnittstelle

$$[\![[_{XP}\ A\ B]]\!] = A(B) \textit{ oder } B(A)$$

Schnittstelle

$$[\![[_S\ DP\ VP]]\!] = \cancel{[\![VP]\!]([\![DP]\!])} \text{ oder } [\![DP]\!]([\![VP]\!])$$

Typen

- $VP : e \rightarrow t$
- $DP : ty(VP) \rightarrow t = (e \rightarrow t) \rightarrow t$

Verallgemeinerte Quantoren (GQ)

$\mathbf{GQ} = [[E \rightarrow T] \rightarrow T]$

- ”Funktionen von Eigenschaften zu Wahrheitswerten”

Schnittstelle

$[\![[_S\ DP\ VP]]\!] = [\![DP]\!]([\![VP]\!])$

Wollen das

$$[\![\textit{\textbf{Greg lacht}}]\!] = 1 \text{ gdw } [\![lacht]\!](\boldsymbol{g}) = 1$$

Semantik

$[\![Greg]\!]([\![lacht]\!]) = [\![lacht]\!](g)$

- $[\![Greg]\!] = \lambda P.P(g)$

Individuen

$[\![Greg]\!] = \lambda P.P(g)$, $[\![Maria]\!] = \lambda P.P(m)$, ...

goS?

$[\![$*Greg und Maria lachen*$]\!] = ([\![Greg]\!] \wedge [\![Maria]\!])([\![lachen]\!])$

Verband der GQ

Individuen

$[\![Greg]\!] = \lambda P.P(g)$, $[\![Maria]\!] = \lambda P.P(m)$, ...

goS?

$[\![$*Greg und Maria lachen*$]\!] = ([\![Greg]\!] \wedge [\![Maria]\!])([\![lachen]\!])$

Punktweise definiert

$(f \wedge g)(a) = f(a) \wedge g(a)$

Verband der GQ

Individuen

$[\![Greg]\!] = \lambda P.P(g)$, $[\![Maria]\!] = \lambda P.P(m)$, ...

goS?

$[\![$*Greg und Maria lachen*$]\!] = [\![Greg]\!]([\![lachen]\!]) \wedge [\![Maria]\!]([\![lachen]\!])$

Punktweise definiert

$(f \wedge g)(a) = f(a) \wedge g(a)$

Objekte

DPen bedeuten GQen

$DP : (e \to t) \to t$

VP Ableitung

$[\![$***V Obj***$]\!] = [\![V]\!]([\![Obj]\!])$ ***oder*** $[\![Obj]\!]([\![V]\!])$

- $VP : e \to t$
- $V : e \to e \to t$

der hiesigen Syntax nach

$\cancel{[\![V\ Obj]\!]} \rightsquigarrow [\![V\ t]\!] \approx [\![V]\!](x)$

VP Ableitung

$[\![$*V Obj*$]\!] = [\![V]\!]([\![Obj]\!])$ *oder* $[\![Obj]\!]([\![V]\!])$

- $[_{VP}\, V\ Obj] : e \to t$
- $V : e \to e \to t$

V und DP passen nicht zusammen

$$\frac{f : e \to e \to t \qquad a : (e \to t) \to t}{f(a) : XXX} \qquad \frac{f : (e \to t) \to t \qquad a : e \to e \to t}{f(a) : XXX}$$

Was wir wollen

$[\![$*lobt Maria*$]\!] = [\![lob]\!](m) = \lambda x.[\![lob]\!](m)(x)$

Was Maria bedeuten müsste

$[\![Maria]\!] = \lambda R, x.R(m)(x)$

Ditransitive

Was wir wollen

$[\![\textit{schenkt Maria}]\!] = [\![schenkt]\!](m) = \lambda x, y.[\![schenkt]\!](m)(x)(y)$

Was Maria bedeuten müsste

$[\![Maria]\!] = \lambda R, x, y.R(m)(x)(y)$

Marias Vielfältigkeit

subjekt $\lambda R.R(m)$

d.objekt $\lambda R, x.R(m)(x)$

i.objekt $\lambda R, x, y.R(m)(x)(y)$

Verallgemeinert

$$
\begin{aligned}
[\![Maria]\!] &= \lambda R, x_1, \dots, x_n.R(m)(x_1)\dots(x_n) \\
&= \lambda R, x_1, \dots, x_n.[\![Maria]\!](\lambda y.R(y)(x_1)\dots(x_n))
\end{aligned}
$$

GQs als Stelligkeitreduzierer

$$\frac{f : GQ \qquad R : e^{n+1} \to t}{\lambda x_1, \ldots, x_n . f(\underbrace{\lambda y.R(y)(x_1) \ldots (x_n)}_{e \to t}) : e^n \to t}$$

Grundform eines GQs

$Q : P^1 \to P^0$ ist grundlegend

$P^2 \to P^1 \;\; \lambda R, x.Q(\lambda a.R\ a\ x)$

$P^3 \to P^2 \;\; \lambda R, x, y.Q(\lambda a.R\ a\ x\ y)$

$L := \lambda Q, R, x.Q(\lambda a.R\ a\ x)$

- $L^0\ Q = Q = \lambda R.Q(\lambda a.R\ a)$
- $L^1\ Q = L\ Q = \lambda R, x.Q(\lambda a.R\ a\ x)$
- $L^2\ Q = L\ (L\ Q) = \lambda R, x, y.Q(\lambda a.R\ a\ x\ y)$
- $L^3\ Q = L\ (L\ (L\ Q)) = \lambda R, x, y, z.Q(\lambda a.R\ a\ x\ y\ z)$

Eine einfache Idee

- $[\![NOM]\!] = L^0$
- $[\![AKK]\!] = L^1$
- $[\![DAT]\!] = L^2$

Schema

$$[\![DP_{nom}\ V\ DP_{dat}\ DP_{acc}]\!] = L^0\ [\![DP_{nom}]\!](L^1\ [\![DP_{acc}]\!](L^2\ [\![DP_{dat}]\!]\ [\![V]\!]))$$

Selektion einer besonders markierten DP

entspricht semantische Selektion der entsprechenden Bedeutung

- $[\![schmeicheln]\!] = \lambda Q.Q(\lambda a, \_, y.\textit{SCHMEICHEL}\ a\ y)(*)$
- $[\![loben]\!] = \lambda x, y.\textit{LOB}\ x\ y$

Reflexive

sich kommt nicht als Subjekt vor

- $*$Sich lacht
- Er liebt sich
- Er schenkt sich was

sich identifizert zwei Argumente

- $[\![$*liebt sich*$]\!] = \lambda x.[\![liebt]\!](x)(x)$
- $[\![$*schenkt sich*$]\!] = \lambda y, x.[\![schenkt]\!](x)(y)(x)$

Bedeutung

d.objekt	$\lambda R, x.R(x)(x)$
i.objekt	$\lambda R, y, x.R(x)(y)(x)$