1 Einführung

[**Chierchia** 17-52]

Was soll eine semantische Analyse der natürlichen Sprache leisten?

- Erfassen der Bedeutung von sprachlichen Ausdrücken durch deren intuitiv angemessene und korrekte Repräsentation
- Erklärung von Folgerungsbeziehungen (‚Entailments') und Synonymien zwischen Sätzen
- Aufklärung von Ambiguitäten, Anomalien und Kontradiktionen
- Spezifikation der kombinatorischen Prinzipien, mittels derer aus den Bedeutungen einfacher Ausdrücke die Bedeutungen komplexer Ausdrücke gebildet werden
- Explikation des systematischen Bezugs zwischen Ausdrücken und den Gegebenheiten in der Welt, darunter insbesondere der Bedingungen, unter denen Sätze wahr sind

Diesen Zielen widmet sich die **formale Semantik**, die aus der Tradition der sprachanalytischen Philosophie (Gottlob Frege, Bertrand Russell, Ludwig Wittgenstein, Rudolf Carnap) hervorgegangen ist. Dabei werden die Begriffe und Methoden der mathematischen Logik für die semantische Analyse nutzbar gemacht.

1.1 Formale Semantik: Grundannahmen und Prinzipien

[**Dowty** 1-13, **Gamut** 139-149, **Partee** 317-319, 334-338, **Link** 13-27]

Die grundlegende Wende im Verhältnis der formalen Logik zur natürlichen Sprache wird mit den Untersuchungen von Richard Montague (1930-1971) vollzogen:

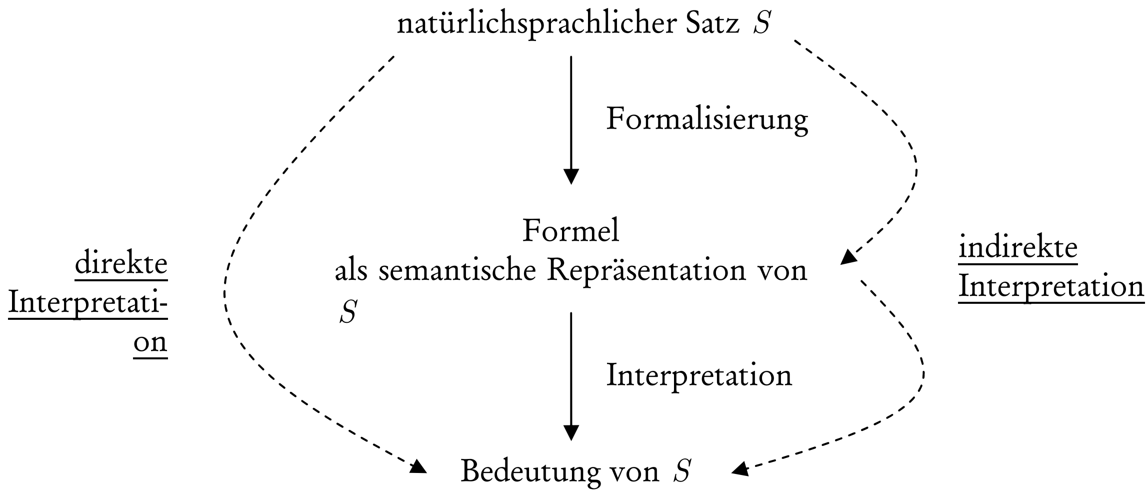
> „There is in my opinion no important theoretical difference between natural languages and the artificial languages of logicians; indeed, I consider it possible to comprehend the syntax and semantics of both kinds of languages within a single natural and mathematically precise theory." *Universal Grammar* (1970)

In der **Montague-Semantik** – dem Prototyp einer formal-semantischen Theorie der natürlichen Sprache – wird ein abstrakter logischer Rahmen angenommen, in den sich sowohl natürliche als auch formale Sprachen einbetten lassen.

Nach Montague sind zwei Herangehensweisen bei der semantischen Analyse von natürlichsprachlichen Sätzen möglich:

- Methode der <u>indirekten Intepretation</u>
  Die Sätze werden zunächst formalisiert, d.h. disambiguiert und in Formeln einer passenden Logiksprache übersetzt und dann in Gestalt dieser Formeln semantisch interpretiert.

- Methode der <u>direkten Interpretation</u>
  Die Sätze werden unmittelbar auf eine Weise semantisch interpretiert, wie dies mit Formeln einer Logiksprache geschieht.



Die wesentlichen Bestimmungen der (klassischen) formalen Semantik sind:

- Wahrheitskonditionale Semantik
- Modelltheoretische Semantik
- Mögliche-Welten-Semantik

1.1.1 Wahrheitskonditionale Semantik

Die wahrheitskonditionale Semantik betrachtet die Bestimmung der Bedeutung von (Deklarativ-) Sätzen als grundlegend für die semantische Analyse. Die Satzsemantik bildet daher den Kern der Semantik. Die Bedeutungen anderer Ausdrücke, insbesondere von lexikalischen Einheiten werden mit dem Beitrag erklärt, den sie zu Satzbedeutungen leisten.

Nach Gottlob Frege (*Begriffsschrift*, 1879, *Grundlagen der Arithmetik*, 1884, *Über Sinn und Bedeutung*, 1892, *Der Gedanke*, 1918) gründet sich der Begriff der Bedeutung eines Satzes auf den Begriff der Wahrheit.

Die Bedeutung eines Satzes wird mit seinen **Wahrheitsbedingungen**, d.h. den Bedingungen identifiziert, unter denen er wahr ist.

Ludwig Wittgenstein (*Tractatus logico-philosophicus*, 1922):

> „Einen Satz verstehen, heißt, wissen, was der Fall ist, wenn er wahr ist.
> (Man kann ihn also verstehen, ohne zu wissen, ob er wahr ist.)"

Satzbedeutungen werden damit auf eine Relation zwischen dem jeweiligen Satz und einem Sachverhalt, d.h. einer Konfiguration von Objekten in der Welt zurückgeführt. Wahr ist ein Satz allgemein dann, wenn der durch ihn beschriebene Sachverhalt tatsächlich existiert.

Es gibt potenziell unendlich viele nicht-synonyme wohlgeformte Sätze der natürlichen Sprache. Deshalb erfordert die wahrheitskonditionale Semantik die rekursive Spezifizierung einer unendlichen Menge von Wahrheitsbedingungen.

Grundlage hierfür ist das **semantische Kompositionalitätsprinzip** (‚Frege-Prinzip').

? Was besagt das Kompositionalitätsprinzip der Bedeutung?

Folgende Voraussetzungen werden getroffen:

- Jeder Grundausdruck, d.h. jede lexikalische Einheit einer Sprache besitzt eine bestimmte Bedeutung.
- Die Regeln, mit denen sich die Bedeutungen komplexerer Ausdrücke einer Sprache aus jenen einfacherer Ausdrücke errechnen lassen, operieren parallel zu den syntaktischen Regeln dieser Sprache.

Gemäß Kompositionalitätsprinzip gibt es eine endliche Methode, mit der für jeden syntaktisch wohlgeformten Ausdruck einer Sprache eine entsprechende Bedeutung generiert werden kann.

Insbesondere werden für jeden Satz die Wahrheitsbedingungen wie folgt bestimmt:

- Für einen beliebigen Satz S und eine beliebige Situation s gilt:
  S ist wahr in s genau dann, wenn p.
  Dabei beschreibt p die Bedingungen, die erfüllt sein müssen, damit S in der Situation s wahr ist.

In Abhängigkeit von der syntaktischen Struktur der Sätze S werden diese Bedingungen p unterschiedlich spezifiziert.

Beispiele:

Einfacher Satz: *Maria lacht.*

Der Satz *Maria lacht* ist wahr in s gdw Maria in s lacht
(d.h. gdw das mit *Maria* bezeichnete Individuum in s das mit *lacht* bezeichnete Merkmal hat).

Komplexer Satz: *Maria lacht und Hans schläft.*

Der Satz *Maria lacht und Hans schläft* ist wahr in s gdw der Satz *Maria lacht* in s wahr und der Satz *Hans schläft* in s wahr ist.

1.1.2 Modelltheoretische Semantik

Die Bedeutungen von beliebigen einfachen und komplexen Ausdrücken einer Sprache werden mit Hilfe von mengentheoretischen Modellen spezifiziert.

Allgemein liefert ein **Modell** M eine vereinfachte Darstellung der Welt bzw. eines Ausschnitts der Welt (d.h. einer Gesamtheit von Individuen mit ihren Eigenschaften und Relationen), auf die sich mit der jeweiligen Sprache auf bestimmte Weise bezogen wird.

Zwei Bestandteile eines beliebigen Modells M sind:

- die Diskursdomäne (oder ein Universum) D von M, d.h. eine nicht-leere Menge von Entitäten (oder Individuen),
- eine Interpretationsfunktion I von M, die es erlaubt, beliebigen Ausdrücken der Sprache mit Bezug auf D passende mengentheoretische Objekte als semantische Werte zuzuweisen.

Auf diese Weise erhalten beliebige Ausdrücke der Sprache eine modelltheoretische Interpretation.

Semantische Werte einer extensionalen modelltheoretischen Intepretation sind unter anderem:

Individuenterme (z.B. Eigennamen)	$\rightarrowtail$	Individuen
1-stellige Prädikate (z.B. intransitive Verben)	$\rightarrowtail$	Mengen von Individuen
2-stellige Prädikate (z.B. transitive Verben)	$\rightarrowtail$	Mengen von geordneten Paaren von Individuen
Sätze	$\rightarrowtail$	Wahrheitswerte

Eine Theorie der Wahrheit (bzw. der Wahrheitsbedingungen), die mit modelltheoretischen Mitteln arbeitet, ist erstmals von Alfred Tarski (*Der Wahrheitsbegriff in den Formalisierten Sprachen*, 1935) formuliert worden.

1.1.3 Mögliche-Welten-Semantik

Wenn eine Sprecherin die Bedeutung eines Satzes S versteht, dann kann sie für eine beliebige Situation s (über die sie hinreichend informiert ist) angeben, ob S in s wahr oder falsch ist.

Solche Situationen werden auch als *mögliche Welten* bezeichnet. Nach Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) sind **mögliche Welten** rational denkbare Alternativen zur aktualen, d.h. zur gegenwärtig bestehenden Welt.

Der Wahrheitswert eines beliebigen Satzes S ist damit stets auf eine mögliche Welt w relativiert. Man spricht vom Wahrheitswert von S in w.

Für die Bestimmung der Wahrheitsbedingungen müssen also beliebige mögliche Welten berücksichtigt werden. In die modelltheoretische Betrachtung der Bedeutung werden deshalb mögliche Welten als spezielle mengentheoretische Objekte einbezogen.

Die Bedeutung eines Satzes S, d.h. seine Wahrheitsbedingungen kann man dann als eine Funktion ansehen, die S für jedes w seinen Wahrheitswert in w zuordnet.

Nach Rudolf Carnap (*Meaning and Necessity*, 1947) lassen sich die Bedeutungen von Ausdrücken allgemein mit **Intensionen**, d.h. Funktionen von möglichen Welten in Extensionen identifizieren.

Im Einzelnen heißt das:

- Die Intension eines Individuenterms – ein Individuenkonzept – ist eine Funktion von möglichen Welten in Individuen.

- Die Intension eines 1-stelligen Prädikats – eine Eigenschaft (oder ein 1-stelliges Attribut) – ist eine Funktion von möglichen Welten in Mengen von Individuen.

- Die Intension eines 2-stelligen Prädikats – ein 2-stelliges Attribut – ist eine Funktion von möglichen Welten in Mengen von geordneten Paaren von Individuen.

- Die Intension eines Satzes – eine Proposition – ist eine Funktion von möglichen Welten in Wahrheitswerte.

Die Bedeutungen von beliebigen einfachen und komplexen Ausdrücken einer Sprache sind dann genauer mit Hilfe von Modellen zu spezifizieren, in denen den Ausdrücken Intensionen als semantische Werte zugewiesen werden.

Semantische Werte einer intensionalen modelltheoretischen Intepretation sind entsprechend unter anderem:

Individuenterme (z.B. Eigennamen)	$\rightarrowtail$	Individuenkonzepte
1-stellige Prädikate (z.B. intransitive Verben)	$\rightarrowtail$	Eigenschaften
2-stellige Prädikate (z.B. transitive Verben)	$\rightarrowtail$	2-stellige Attribute
Sätze	$\rightarrowtail$	Propositionen

1.2 Prädikatenlogik der 1. Stufe (PL1)

[**Wiederholung:** Dölling: Formale Methoden. Abschnitte 3.4, 5.1, 5.2]

1.2.1 PL1-Syntax

Vokabular

Individuenvariablen (IV):	$x, y, z, x_1, \ldots$	Individuenterme (IT)
Individuenkonstanten (IK):	$Hans', Leipzig', \ldots$	
Prädikatskonstanten (PK):	$lachen', Frau', rot', lieben', auf', \ldots$	
Identität:	$=$	
Konnektoren:	$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$	
Quantoren:	$\forall, \exists$	
Technische Hilfszeichen:	$(,), [,]$	

IV, IK und PK sind nicht-logische Grundausdrücke von PL1. Konnektoren, Quantoren und $=$ sind logische Grundausdrücke von PL1.

Syntaktische Regeln

D1.1 PL1-Formeln

(1) Wenn π^n eine n-stellige PK ist und $\tau_1, \ldots, \tau_n$ IT sind, dann ist $\pi^n(\tau_1, \ldots, \tau_n)$ eine Formel.
(2) Wenn τ_1 und τ_2 IT sind, dann ist $(\tau_1 = \tau_2)$ eine Formel.
(3) Wenn ϕ eine Formel ist, dann ist $\neg\phi$ eine Formel.
(4) Wenn ϕ und ψ Formeln sind, dann sind $(\phi \wedge \psi), (\phi \vee \psi), (\phi \rightarrow \psi)$ und $(\phi \leftrightarrow \psi)$ Formeln.
(5) Wenn ϕ eine Formel und γ eine IV ist, dann sind $\forall\gamma[\phi]$ und $\exists\gamma[\phi]$ Formeln.

Formeln nach (1) und (2) sind atomare PL1-Formeln. Formeln nach (3)-(5) sind komplexe PL1-Formeln.

D1.2 Der Skopus eines Vorkommens von $\neg$, $\forall\gamma$ oder $\exists\gamma$ in einer Formel ϕ ist die unmittelbar auf dieses Vorkommen folgende Formel ψ.

D1.3 Ein Vorkommen einer Variablen γ in einer Formel ϕ ist gebunden gdw γ in ϕ Teil eines Quantors $\forall\gamma$ oder $\exists\gamma$ ist oder in ϕ im Skopus eines Quantors $\forall\gamma$ oder $\exists\gamma$ steht. Ansonsten ist das Vorkommen von γ frei.

D1.4 Eine Formel ϕ ist geschlossen (eine Aussage) gdw ϕ kein freies Vorkommen einer Variablen enthält. Ansonsten ist die Formel ϕ offen (eine Aussageform).

1.2.2 PL1-Semantik

Die PL1-Semantik setzt sich aus drei Komponenten zusammen:
- Modelle
- Variablenbelegungen
- semantische Regeln

Modell und Variablenbelegung

Modelle und Variablenbelegungen sind jene Komponenten der PL1-Semantik, die jeweils unterschiedlich gewählt werden können, d.h. sie sind variabel. Die semantischen Regeln bilden ihre konstante Komponente.

Ein PL1-Modell beinhaltet sowohl eine Modellstruktur, d.h. die Objekte, die für die semantische Bewertung einer PL1-Sprache gebraucht werden, als auch eine Interpretationsfunktion, durch die den Individuen- und Prädikatskonstanten dieser Sprache bestimmte Objekte als Denotationen, d.h. als semantische Werte zugeordnet werden.

D1.5 Ein Modell M für eine PL1-Sprache L ist ein geordnetes Paar $\langle D, I \rangle$, wobei D die Diskursdomäne von M und I die Interpretationsfunktion von M ist, die folgende Zuordnungen von Denotationen vornimmt:

(i) zu jeder IK τ	ein Element von D, d.h. $I(\tau) \in D$,
(ii) zu jeder 1-stelligen PK π^1	eine Teilmenge von D, d.h. $I(\pi^1) \subseteq D$ (bzw. ein Element der Potenzmenge von D, d.h. $I(\pi^1) \in \mathcal{P}(D)$),
(ii) zu jeder 2-stelligen PK π^2	eine Teilmenge von geordneten Paaren von Elementen von D, d.h. $I(\pi^2) \subseteq D^2$ (bzw. ein Element der Potenzmenge von D^2, d.h. $I(\pi^2) \in \mathcal{P}(D^2)$),
(iii) zu jeder n-stelligen PK π^n	eine Teilmenge von geordneten n-Tupeln von Elementen von D, d.h. $I(\pi^n) \subseteq D^n$ (bzw. ein Element der Potenzmenge von D^n, d.h. $I(\pi^n) \in \mathcal{P}(D^n)$).

Den Individuenvariablen einer PL1-Sprache werden durch eine Belegungsfunktion Individuen aus der zugrundeliegenden Diskursdomäne zugeordnet.

D1.6 Eine Variablenbelegung g für eine PL1-Sprache L ist eine Funktion, die jeder IV γ von L ein Element von D als Denotation zuordnet.

Semantische Regeln

Die semantischen Regeln dienen dazu, um ausgehend von den Denotationen der nicht-logischen Grundausdrücke die Wahrheitswerte von beliebigen Formeln einer PL1-Sprache kompositionell zu errechnen. Dies geschieht nach Maßgabe der syntaktischen Struktur der jeweiligen Formeln.

Es gibt drei Typen von semantischen Regeln:

- Regeln zur Bestimmung der Denotation von nicht-logischen Grundausdrücken bzgl. M und g
- Rekursive Regeln zur Bestimmung der Wahrheitswerte von Formeln bzgl. M und g (parallel zu den rekursiven syntaktischen Regeln, vgl. **D 1.1**)
- Regeln zur Bestimmung der Wahrheitswerte von Formeln bzgl. M

Notation:

$[\![\alpha]\!]^{M,g}$: die Denotation von α bzgl. M und g
$[\![\alpha]\!]^{M}$: die Denotation von α bzgl. M

D1.7 Denotationen von nicht-logischen Grundausdrücken bzgl. M und g

(1) Wenn τ eine IV ist, dann $[\![\tau]\!]^{M,g} = g(\tau)$.
(2) Wenn τ eine IK ist, dann $[\![\tau]\!]^{M,g} = I(\tau)$.
(3) Wenn π eine PK ist, dann $[\![\pi]\!]^{M,g} = I(\pi)$.

D1.8 Wahrheitswerte von Formeln bzgl. M und g

(1) $[\![\pi(\tau_1,\ldots,\tau_n)]\!]^{M,g} = 1$ gdw $\left\langle [\![\tau_1]\!]^{M,g},\ldots,[\![\tau_n]\!]^{M,g} \right\rangle \in [\![\pi]\!]^{M,g}$.
(2) $[\![\tau_1 = \tau_2]\!]^{M,g} = 1$ gdw $[\![\tau_1]\!]^{M,g} = [\![\tau_2]\!]^{M,g}$.
(3) $[\![\neg\phi]\!]^{M,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,g} = 0$.
(4) (a) $[\![\phi \wedge \psi]\!]^{M,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,g} = 1$ und $[\![\psi]\!]^{M,g} = 1$.
(b) $[\![\phi \vee \psi]\!]^{M,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,g} = 1$ oder $[\![\psi]\!]^{M,g} = 1$.
(c) $[\![\phi \rightarrow \psi]\!]^{M,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,g} = 0$ oder $[\![\psi]\!]^{M,g} = 1$.
(d) $[\![\phi \leftrightarrow \psi]\!]^{M,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,g} = [\![\psi]\!]^{M,g}$.
(5) (a) $[\![\forall\gamma\phi]\!]^{M,g} = 1$ gdw für jedes $d \in D$ gilt: $[\![\phi]\!]^{M,g[\gamma\to d]} = 1$.
(b) $[\![\exists\gamma\phi]\!]^{M,g} = 1$ gdw für mindestens ein $d \in D$ gilt: $[\![\phi]\!]^{M,g[\gamma\to d]} = 1$.

D1.9 Wahrheitswerte von Formeln bzgl. M

(1) ϕ ist <u>wahr in</u> M gdw für jede Belegung g gilt: $[\![\phi]\!]^{M,g} = 1$.

<u>Notation:</u> $[\![\phi]\!]^{M} = 1$

(2) ϕ ist <u>falsch in</u> M gdw für jede Belegung g gilt: $[\![\phi]\!]^{M,g} = 0$.

Der Wahrheitswert einer Aussage (d.h einer geschlossenen Formel) hängt damit nur vom gewählten Modell M, nicht aber von der gewählten Belegung g ab.

Modell einer Formel und einer Formelmenge

D1.10 M ist ein <u>Modell einer Formel</u> ϕ gdw $[\![\phi]\!]^{M} = 1$.
D1.11 M ist ein <u>Modell einer Formelmenge</u> Σ gdw für jede Formel ϕ aus Σ gilt: $[\![\phi]\!]^{M} = 1$.

Logische Gültigkeit einer Formel

D1.12 Eine Formel ϕ ist <u>logisch gültig</u> (<u>logisch wahr</u>, eine <u>Tautologie</u>) gdw für jedes M gilt: $[\![\phi]\!]^{M} = 1$.

<u>Notation:</u> $\vDash \phi$

Logische Folgerungsbeziehung zwischen Formeln

D1.13 Aus $\phi_1, \ldots, \phi_n$ <u>folgt logisch</u> ψ gdw für jedes M gilt:
Wenn $[\![\phi_1]\!]^{M} = 1, \ldots, [\![\phi_n]\!]^{M} = 1$, dann $[\![\psi]\!]^{M} = 1$.

<u>Notation:</u> $\phi_1, \ldots, \phi_n \vDash \psi$ (alternativ: $\phi_1, \ldots, \phi_n \Rightarrow \psi$)

Logische Äquivalenz von Formeln

D1.14 ϕ und ψ sind <u>logisch äquivalent</u> gdw für jedes M gilt: $[\![\phi]\!]^{M} = 1$ gdw $[\![\psi]\!]^{M} = 1$.

<u>Notation:</u> $\phi \approx \psi$ (alternativ: $\phi \Leftrightarrow \psi$)

1.2.3 Semantische Analyse mit PL1

Bei Verwendung von PL1 als Mittel der semantischen Analyse von natürlichsprachlichen Sätzen wird wie folgt vorgegangen:

<u>Formalisierung in einer PL1-Sprache</u>

- Übersetzung der Eigennamen und Inhaltswörter in nicht-logische Konstanten der PL1-Sprache
- Übersetzung von *nicht*, *und*, *oder* usw. in Konnektoren und *jeder*, *einige* usw. in Quantoren der PL1-Sprache
- Auflösung von Skopus- und anderen strukturellen Ambiguitäten
- Übersetzung der Sätze in Formeln der PL1-Sprache nach bestimmten Mustern

Im Ergebnis liegen <u>PL1-Repräsentationen</u>, d.h. semantische Repräsentationen der betreffenden Sätze in PL1 vor. Mit ihnen sollen die Bedeutungen dieser Sätze repräsentiert werden.

<u>Interpretation in einem PL1-Modell</u>

- Zuordnung von Denotationen zu den nicht-logischen Grundausdrücken der PL1-Sprache
- Zuordnung von Denotationen zu den Formeln der PL1-Sprache nach dem Kompositionalitätsprinzip

Im Ergebnis liegen indirekt auch Denotationen für die jeweiligen natürlichsprachlichen Sätze vor.

	<u>Formalisierung</u>		**<u>Interpretation</u>**	
Natürlich-sprachlicher Ausdruck		**PL1-Repräsentation**		**PL1-Denotation**
Hans	$\rightsquigarrow$	$Hans'$	$\rightarrowtail$	$[\![Hans']\!]^{M,g}$
lachen	$\rightsquigarrow$	$lachen'$	$\rightarrowtail$	$[\![lachen']\!]^{M,g}$
Frau	$\rightsquigarrow$	$Frau'$	$\rightarrowtail$	$[\![Frau']\!]^{M,g}$
Hans lacht.	$\rightsquigarrow$	$lachen'(Hans')$	$\rightarrowtail$	$[\![lachen'(Hans')]\!]^{M,g}$
Eine Frau lacht.	$\rightsquigarrow$	$\exists x[Frau'(x) \wedge lachen'(x)]$	$\rightarrowtail$	$[\![\exists x[Frau'(x) \wedge lachen'(x)]]\!]^{M,g}$

Beispiel:

Gegeben sei eine PL1-Sprache L', die folgende nicht-logische Grundausdrücke enthält:

IV: x, y, z
IK: $Anton', Berta', Cäsar', Erna'$
PK: $Frau', Mann', schlafen'$ (1-stellig)
$vertrauen'$ (2-stellig)

- Gemäß **D1.1** sind u.a. folgende Ausdrücke Formeln von L':

(1) $Mann'(Anton') \wedge schlafen'(Anton')$

(2) $\exists x[Mann'(x) \wedge schlafen'(x)]$

(3) $\forall x[Frau'(x) \rightarrow vertrauen'(Anton', x)]$

(4) $\neg\exists x[Frau'(x) \wedge \neg vertrauen'(Anton', x)]$

? Gib die natürlichsprachlichen Sätze an, deren PL1-Repräsentationen diese Formeln sind.

- Ein mögliches Modell für L' ist $M_1 = \langle D_1, I_1 \rangle$, wobei

$D_1 = \{\text{Anton,Berta,Cäsar,Erna}\}$ und
$I_1(Anton') = \text{Anton}$
$I_1(Berta') = \text{Berta}$
$I_1(Cäsar') = \text{Cäsar}$
$I_1(Erna') = \text{Erna}$
$I_1(Frau') = \{\text{Berta,Erna}\} = \{d \in D_1 | d \text{ ist eine Frau}\}$
$I_1(Mann') = \{\text{Anton,Cäsar}\} = \{d \in D_1 | d \text{ ist ein Mann}\}$
$I_1(schlafen') = \{\text{Anton,Berta,Erna}\} = \{d \in D_1 | d \text{ schläft}\}$
$I_1(vertrauen') = \{\langle\text{Anton,Berta}\rangle, \langle\text{Anton,Erna}\rangle, \langle\text{Berta,Cäsar}\rangle, \langle\text{Erna,Cäsar}\rangle\}$
$= \{\langle d,d'\rangle \in D_1^2 | d \text{ vertraut } d'\}$

? Zeige auf vereinfachte Weise, dass (1) und (3) wahr in M_1 sind.

? Zeige, dass (2) aus (1) logisch folgt.

? Zeige, dass (3) und (4) logisch äquivalent sind.

? Welchen Wahrheitswert haben (2) und (4) in M_1?

1.3 Grenzen von PL1

[**Gamut** 75-78, **de Swart** 157-165]

Die Verwendung von PL1 ist die Standardmethode der semantischen Analyse vor Montague. PL1 ist aber kein adäquates Mittel der formalen Semantik der natürlichen Sprache.

Mangelnde Ausdrucksstärke des Repräsentationsformalismus von PL1

PL1 enthält folgende Mittel zur semantischen Repräsentation von natürlichsprachlichen Ausdrücken:

- Individuenterme $Hans', Leipzig', \ldots, x, y, z, x_1, \ldots$: Eigennamen bzw. Pronomen für die Referenz auf einzelne Individuen
- Prädikatskonstanten $lachen', Frau', rot', lieben', auf', \ldots$: Verben, Nomen, Adjektive und Präpositionen für Prädikationen über Individuen
- Konnektoren $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$: *nicht*, *und*, *oder*, *wenn...dann*, ... in ihren wahrheitsfunktionalen Aspekten
- Quantoren $\forall, \exists$: *alle*, *jeder*, *einige*, *mindestens ein*, *nicht alle*, *nicht jeder*, *kein*, *mindestens/ höchstens/ genau zwei*, ...,*der*, ... für Quantifikationen über Individuen

Die natürliche Sprache hat viel reichere, vielfältigere Ausdrucksmöglichkeiten.

Beispiele:

- Prädikationen über Eigenschaften

  Schwimmen macht Spaß.
  Rot ist eine Farbe.

- Quantifikationen über Eigenschaften

  Hans hat alle Eigenschaften eines guten Menschen.
  Maria hat einige unangenehme Eigenschaften mit Hans gemeinsam.

- Modifikationen von Eigenschaften
  - Absolute Adjektive
    das rote Buch
  - Relative Adjektive
    der kleine Elefant

- Intensionale Adjektive
  der ehemalige Weltmeister
  der mutmaßliche Verräter

- Adverben
  Lisa schwimmt schnell.

- Modifikationen von Modifikationen von Eigenschaften

  Im Zoo haben sie einen sehr kleinen Elefanten.
  Lisa schwimmt überraschend schnell.

- Modalitätsausdrücke

  - Modale Satzadverbiale
    Peter hat möglicherweise verloren.

  - Modale Adjektive
    Diese Handlung war erlaubt.

  - Modalverben
    Maria muss schlafen.

- Weitere Quantifikationsausdrücke

  Die meisten Studierenden interessieren sich für die Vielfalt natürlicher Sprachen.
  Mehr als die Hälfte der Weltbevölkerung verfügt über keine adäquate Abwasserentsorgung.

Fehlende Kompositionalität des Repräsentationsformalismus von PL1

PL1-Repräsentationen respektieren nicht die syntaktische Struktur von natürlichsprachlichen Sätzen. Ein Satz wird nur als Ganzes in eine PL1-Formel übersetzt. Die Bedeutung von syntaktisch komplexen Ausdrücken unterhalb der Satzebene wird in PL1 nicht separat repräsentiert.

Beispiele:

- Keine Repräsentation von VPn in PL1

  Hans liebt Maria.

$$[_S\,\text{Hans}\underbrace{[_{VP}\,\text{liebt Maria}]]}_{?}$$

$$lieben'(Hans', Maria')$$

- Keine einheitliche Repräsentation von NPn in PL1

Hans lacht.

$[_S[_{NP}\text{Hans}][_{VP}\text{lacht}]]$

$lachen'(Hans')$

Jeder Student lacht.

$[_S[_{NP}\text{Jeder Student}][_{VP}\text{lacht}]]$

$\forall x[Student'(x) \rightarrow lachen'(x)]$

Ein Student lacht.

$[_S[_{NP}\text{Ein Student}][_{VP}\text{lacht}]]$

$\exists x[Student'(x) \wedge lachen'(x)]$

Unter den Bedingungen des Repräsentationsformalismus von PL1 können die syntaktischen und semantischen Regeln der natürlichen Sprache nicht parallel arbeiten. Das Kompositionalitätsprinzip kann damit nicht erfüllt werden.